

Oplossingen Vlaamse Sterrenkundeolympiade 2008

9 mei 2008

Multiple choice gedeelte

vraag	antwoord	vraag	antwoord
1	b	8	b
2	b	9	a
3	a	10	a
4	d	11	a
5	c	12	d
6	d	13	d
7	c	14	b

Tabel 1: MC-antwoorden

1 Afstanden/Satellieten

Is de Voyager al buiten het zonnestelsel?

Alles hangt af van waar men de grens van het zonnestelsel wilt leggen. De afstand van Voyager 1 is op dit moment 105,9 AE, dus dat is:

- Binnen de Oortwolk (50 000 AE)
- Voorbij Neptunus (30 AE)
- Voorbij de Kuipergordel (30 AE - 50 AE)
- \pm Voorbij de 'Termination Shock' (95 AE) (=waar de zonnwind botst op interstellaire materie en subsonisch wordt)
- Binnen de 'Bow Shock' (=waar de interstellaire materie botst op de zonnwind en subsonisch wordt)

Eigenlijk wordt aangenomen dat in 2004 Voyager 1 de zogenaamde 'Heliosheath' (=voorbij de termination shock, waar er turbulentie heerst tussen zonnwind en interstellaire materie) binnenkwam, wat in zekere zin als het

einde van het zonnestelsel beschouwd kan worden. Een alternatief zou de grens te definiëren als de Heliopause (=waar de zonnewind de interstellaire materie niet langer wegblaast). In dat geval zou het antwoord neen zijn. Discussie is dus meer dan mogelijk, maar een goede verantwoording kan punten waard zijn.

In welk jaar komt ze aan?

Afstand 1 lichtjaar is $9,46 \cdot 10^{12}$ km. Afstand 1 AE is $150 \cdot 10^6$ km. Dus als de afstand tot proxima centauri 4,22 lichtjaar is en voyager 1 reeds 105,9 AE van de zon is (dus 104,9 AE afgelegd want vertrokken van de aarde), dan is de totaal nog af te leggen afstand gelijk aan

$$4,22 \cdot 9,46 \cdot 10^{12} - 150 \cdot 10^6 * 104,9 \text{ km} = 3,99 \cdot 10^{13} \text{ km.} \quad (1)$$

Aan een snelheid van 17 km/s, heeft de sonde dus $2,35 \cdot 10^{12}$ s nodig om deze afstand te overbruggen. Dit komt overeen met $74,4 \cdot 10^3$ jaren.

Hoelang tot signaal?

105 AE = $1,575 \cdot 10^{10}$ km. Licht reist aan 300 000 km/s. Dus een signaal heeft 52 500 s nodig om ons te bereiken. Dit is 14 uur en 35 minuten.

2 Stervolutie/Kernfusie/Zon

Waarom is er een ondergrens aan de massa van een ster?

Een ster is een object dat in evenwicht is doordat de naar buiten gerichte stralingsdruk, afkomstig van de in de kern plaatsgrijpende kernfusiereacties, gecompenseerd wordt door de naar binnen gerichte gravitationele kracht. Opdat er kernfusie zou plaatsgrijpen, moet de centrale kern een voldoende hoge temperatuur bereiken, nl. ~ 6 miljoen Kelvin. De minimale massa die een gaswolk moet hebben om tot een ster samen te trekken wordt gegeven door het criterium van Jeans:

$$M_{wolk} > \left(\frac{5kT}{G\mu m_H}\right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho_0}\right)^{1/2}. \quad (2)$$

Hierin is k de Boltzmannconstante, T de temperatuur van de wolk, G de gravitatieconstante, μ het gemiddeld moleculair gewicht, m_H de massa van een waterstofatoom en ρ_0 de initiële dichtheid van de wolk.

Indien echter de temperatuur in de contracterende wolk niet hoog genoeg wordt, zal kernfusie niet kunnen opstarten. Hoe zwaarder een contracterende gaswolk, hoe hoger de dichtheid en dus ook temperatuur in de kern zullen worden. De ondergrens voor stervorming bedraagt ongeveer $0.08M_{\odot}$. Objecten daaronder ontwikkelen zich tot bruine dwergen.

Waarom in een keten?

De werkzame doorsnede (een maat voor de waarschijnlijkheid waarmee een reactie zal plaatsgrijpen) voor de reactie $4\ ^1\text{H} \rightarrow\ ^4\text{He}$ is verwaarloosbaar klein. Dit kan men intuïtief begrijpen aangezien de kans dat vier waterstofkernen met voldoende energie zich exact op hetzelfde moment op exact dezelfde plaats bevinden zeer klein is, zelfs in een sterinwendige.

Is CNO belangrijk voor de zon?

De CNO-cyclus begint pas plaats te grijpen bij een temperatuur vanaf 13 miljoen Kelvin, maar stijgt daarboven zeer snel in energieoutput met stijgende temperatuur. Het pp-proces, dat vanaf ~ 6 miljoen Kelvin werkzaam is, is veel minder temperatuursafhankelijk. Vanaf ~ 17 miljoen Kelvin wordt de CNO-cyclus de belangrijkste energiebron. Daar de zon een centrale temperatuur heeft van 16 miljoen Kelvin is de CNO-cyclus in beperkte mate actief maar is dit niet de overheersende energiebron.

Welke veranderingen vinden er dan plaats binnenin de zon?

Omdat de kernfusie in de kern van de zon ophoudt bij een gebrek aan brandstof (H), valt de naar buiten gerichte stralingsdruk weg. De gravitatiekracht zorgt ervoor dat de kern ineens stort. Hierdoor wordt de laag net de buiten de kern zodanig samengedrukt dat de waterstof buiten de kern fusioneert tot helium. De energie en stralingsdruk die hierbij vrijkomt heeft als gevolg dat de buitenste lagen uitzetten (en afkoelen). De ster krijgt bijgevolg een opgezwollen en rood uiterlijk. De kernfusie gaat dus nog verder in een schil rondom de kern, waardoor een nieuw evenwicht tot stand komt. De zon zal tijdens haar rode reuzen fase zodanig uitzetten dat ze een straal krijgt ongeveer zo groot als de straal van de aardbaan.

Hoeveel massa verliest de zon?

De zon heeft een massa $M_{\odot} = 1,9891 \cdot 10^{30}$ kg. We weten dat ze $\frac{dM}{dt} = 3 \cdot 10^{-14} M_{\odot}/\text{yr} = 5,97 \cdot 10^{16}$ kg/s verliest. Als de massa van de aarde $M_{\oplus} = 5,9736 \cdot 10^{24}$ kg is, betekent dit dat de zon er $1 \cdot 10^8$ jaar over doet om één aardmassa te verliezen.

Massa in rekening brengen?

In de ~ 10 miljard jaar van haar leven als hoofdreeksster, zal de zon $3 \cdot 10^{-4} M_{\odot}$ aan massa verliezen, oftewel ongeveer 0,03% van haar eigen massa. Dit is dus van geen invloed op haar evolutie.

3 Zwarte gaten/Zwaartekrachtlenzen /Donkere materie

Wat is de ontsnappingsnelheid?

Binnen een zwart gat kan zelfs licht niet ontsnappen. De ontsnappingsnelheid is daar groter dan de lichtsnelheid, c . Op de rand van het zwarte gat is de ontsnappingsnelheid gelijk aan c . Buiten het zwarte gat is de ontsnappingsnelheid kleiner, aangezien we licht van die omgeving kunnen ontvangen.

Leid de formule af

Beschouw een deeltje met massa m , initiële snelheid v , op een afstand r van een groot object zoals de aarde of een zwart gat met massa M . De potentiële energie van dit deeltje in het zwaartekrachtsveld van het zwarte gat is $-G\frac{Mm}{r}$, waarbij G de gravitatieconstante is. De kinetische energie van het deeltje is $\frac{m}{2}v^2$. Om de ontsnappingsnelheid te berekenen moeten we rekening houden met het behoud van energie:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{r}. \quad (3)$$

Aangezien de totale energie, E , behouden moet blijven is E ook de energie die het deeltje heeft op oneindig. De minimale energie die het deeltje moet hebben is $E = 0$, d.w.z de snelheid van het deeltje op oneindig is nul, maar het is wel op oneindig geraakt en bijgevolg ontsnapt. We mogen dus E gelijk stellen aan nul om de initiële snelheid van het deeltje te berekenen. Hieruit volgt

$$\frac{1}{2}mv^2 = G\frac{Mm}{r}. \quad (4)$$

Als we hieruit de snelheid halen, krijgen we

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}. \quad (5)$$

Dit is de snelheid die het deeltje moet hebben om op oneindig een snelheid 0 te hebben, wat per definitie de ontsnappingsnelheid is.

Hoe groot zou de aarde als zwart gat zijn?

Uit formule (5) halen we de afstand

$$r = \frac{2GM}{v^2}. \quad (6)$$

Bij een zwart gat is de ontsnappingsnelheid op de rand gelijk aan de lichtsnelheid oftewel $2,998 \cdot 10^8$ m/s. De massa van de Aarde is $5,974 \cdot 10^{24}$ kg.

De gravitatieconstante is $6,674 \cdot 10^{11} \text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$. Deze gegevens invullen in (6) en uitrekenen levert:

$$r = 8,872 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (7)$$

oftewel een kleine 9 mm. *De exacte waardes van de constanten durven nogal eens te verschillen afhankelijk van de bron en het resultaat kan dus een beetje afwijken.*

Hoe zien we de donkere materie?

De massa van de cluster kunnen we schatten op basis van het aantal en de grootte van sterrenstelsels die we op de foto zien. Deze massa zal echter ook het licht van achtergelegen sterrenstelsels afbuigen en resulteert in de boogjes die rond de cluster staan. Hoe zwaarder de cluster, hoe meer afbuiging, hoe verder de boogjes staan. Als we plots waarnemen dat de boogjes veel verder staan dan we dachten gebaseerd op de massa die we zien, kan dit wijzen op een verkeerde schatting van de massa. M.a.w er is massa die we niet zien.

4 Supernovae

Beschrijf

Wanneer een massieve ster aan het einde van haar hoofdreeksbestaan komt, heeft ze een inwendige bestaande uit verschillende schillen, zoals een ui. Zoals eerder beschreven, is op een bepaald moment het waterstof in de kern opgebraakt, wat een instorting van deze nu uit helium bestaande kern tot gevolg had. Hierdoor is de temperatuur opgelopen, waardoor op een bepaald moment de fusie van He tot nog zwaardere elementen (C en O) op gang kwam. Achtereenvolgens werden in de kern op analoge wijze zwaardere en zwaardere elementen aangemaakt, tot en met ijzer. Elementen zwaarder dan ijzer kunnen niet aangemaakt worden, daar voor deze elementen de bindingsenergie per kerndeeltje afneemt, wat betekent dat een dergelijke reactie energie zou kosten i.p.v. opleveren. Zoals ook reeds gezegd, lopen de sterlagen verder weg van de kern meer en meer achter op deze kettingreactie omdat zij nog brandstof van het vorige type ter beschikking hebben. Zo krijgt men dus uiteindelijk een ster die van buiten naar binnen uit lagen H, He, C, Ne, O, Si en Fe bestaat. Wanneer de ijzerkern (t.g.v. een gebrek aan fotonendruk omdat er geen straling meer vrijkomt) uiteindelijk begint in te storten, vallen de ijzeratomen uit elkaar tot neutronen in een proces dat bekend staat als fotodesintegratie. De onderlinge afstoting tussen de pasgevormde neutronen zorgt ervoor dat de instorting afgeremd wordt. Bovendien komt in dit proces heel veel straling in de vorm van neutrino's vrij. Deze straling versnelt de kernfusiereacties die nog plaatsvinden in de buitenste schillen waardoor deze 'explosief' veel straling/materie beginnen

weg te sturen. De meer naar buiten gelegen lagen worden dus met een grote snelheid weggeblazen.

Waarom alleen zwaardere sterren?

Om de hierboven beschreven evolutie volledig te kunnen doorlopen, moet de kerntemperatuur telkens hoog genoeg oplopen om aan de volgende kernfusiereactie te kunnen beginnen. Hoe zwaarder het element dat men wil verkrijgen, hoe hoger de temperatuur moet zijn. Sterren die zo zwaar zijn als de zon kunnen geen voldoende hoge temperatuur bereiken om C en O naar zwaardere elementen om te zetten. Dergelijke sterren sterven dus als C-O witte dwergen.

Wat is de snelheid van dit stukje materie?

Eerst zetten we alle gegevens om in SI-eenheden. De afstand wordt dan $1,05 \cdot 10^{20}$ m. De tijd wordt 315 576 000 s en de hoek die op aarde is gezien, wordt 0,000 029 147 radialen. Om de werkelijke afstand die de materie heeft afgelegd te kennen, kunnen we $\sin x$ benaderen door x . Om de snelheid te kennen hoeven we enkel nog te delen door de tijd. Dit geeft ons

$$\frac{0,000029147 \cdot 1,05 \cdot 10^{20}}{315576000} \text{ m/s} = 9,70 \cdot 10^6 \text{ m/s.} \quad (8)$$

In welk jaar vond de supernova-explosie plaats?

Als de materie 0,00167 graden per 10 jaar beweegt, dan heeft het $\frac{0,06}{0,00167} \cdot 10$ jaar nodig om 0,06 graden te bewegen. Dit is ongeveer 360 jaar geleden. De explosie vond dus plaats rond 1650.

Heeft de supernova eerder of later plaatsgevonden?

Als de snelheid van de materie afneemt, betekent dit dat deze vroeger groter was dan nu. De materie heeft in dat geval dus minder tijd nodig gehad om een bepaalde afstand af te leggen dan moest de snelheid even laag gelegen hebben als nu. Bijgevolg heeft de supernova in dit scenario later plaatsgevonden.

5 Neutronensterren/Rotatie/Pulsars

Beschrijf wat een pulsar is

Een pulsar is een zeer snel roterende neutronenster wiens sterk (eveneens roterend) magnetisch veld ervoor zorgt dat we een repetitief signaal opvangen bestaande uit radio-, röntgen of gammastraling. Dit komt doordat de magnetische pool (waar het signaal wordt uitgezonden) niet overeenkomt met de

werkelijke pool. Het uitgezonden signaal zal dus slechts één keer per rotatie naar de aarde wijzen waardoor wij een repetitief signaal zien. De eerste is ontdekt in 1967 door Jocelyn Bell. Hun belangrijkste karakteristieken zijn:

- De periode. De meesten hebben een periode tussen 0.25s en 2s, maar de langste is 4.3s en de kortste 0.0016s.
- Deze periode is heel stabiel, een uitdaging voor de atoomklokken op aarde.
- Toch blijkt hun periode zachtjes toe te nemen: $\frac{dP}{dt} \sim 10^{-15}$. De pulsar roteert dus trager na verloop van tijd. Er wordt voor hen ook een karakteristieke leeftijd bepaald: $\frac{P}{\frac{dP}{dt}} \sim 10^7$ jaar.

Waarom kan het enkel een neutronenster zijn?

Er zijn maar een beperkt aantal mogelijkheden om de snelle, stabiele pulsen te creëren die we ontvangen van de pulsars:

- *binair systeem*: Enkel neutronensterren zouden zo snel rond elkaar kunnen draaien, hierbij zouden ook gravitatiegolven geproduceerd worden die energie wegdragen waardoor de afstand tussen de sterren afneemt en de periode afneemt. Waarnemingen wijzen echter op een toenemende periode.
- *pulserende sterren*: Dit biedt ook geen oplossing want witte dwergen pulseren te traag en neutronensterren te snel om de waargenomen frequentie te verklaren.
- *roterende sterren*: Hier is de enige beperking dat de ster niet uit elkaar mag spatten door de snelle rotatie. De zwaartekracht moet dus minstens even sterk zijn als de middelpuntvliende kracht veroorzaakt door het roteren. Aangezien de grootste angulaire snelheid (ω) aan de evenaar is van een roterend object, kunnen we stellen dat:

$$\omega_{max}^2 R = G \frac{M}{R^2}, \quad (9)$$

met M de massa van de ster, G de gravitatieconstante en R de straal van de ster. Hieruit volgt

$$\text{periode}_{min} = \frac{2\pi}{\omega_{max}} = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}. \quad (10)$$

Voor een witte dwerg (bv Sirius B) zou dit neerkomen op 7s, wat veel te lang is voor een pulsar. Voor een neutronenster van $1.4M_{\odot}$ vinden we echter $5 \cdot 10^{-4}s$. Aangezien dit een minimum is kunnen neutronensterren alle waargenomen pulsen verklaren.

6 Blue Stragglers

6.1 De helderheid van sterren

Neemt L toe of af met de massa?

L neemt toe met de massa. Dit kan je zien op figuur 5.

Ga uit de figuur na dat $\alpha \approx 3,7$.

Als $L \propto M^\alpha$, dan is ook $L_\odot \propto M_\odot^\alpha$. Hieruit volgt dat

$$\frac{L}{L_\odot} \propto \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^\alpha, \quad (11)$$

$$\Rightarrow \log_{10} \frac{L}{L_\odot} \propto \log_{10} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^\alpha, \quad (12)$$

$$\Rightarrow \log_{10} \frac{L}{L_\odot} \propto \alpha \log_{10} \frac{M}{M_\odot}. \quad (13)$$

Aangezien de x-as op figuur 5 overeenkomt met $\log_{10} \frac{M}{M_\odot}$ en de y-as met $\log_{10} \frac{L}{L_\odot}$, is het duidelijk dat α de richtingscoëfficiënt is. Hierbij wordt de grafiek benaderd door een rechte. Neem nu 2 punten uit de grafiek en bereken de richtingscoëfficiënt. Kies bv. $(x_1; y_1) = (-0, 2; -1)$ en $(x_2; y_2) = (1, 5; 5, 1)$. Dan volgt

$$\text{rico} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \quad (14)$$

$$\Rightarrow \text{rico} = \frac{5, 1 - (-1)}{1, 5 - (-0, 2)}, \quad (15)$$

$$\Rightarrow \text{rico} = 3, 59. \quad (16)$$

De richtingscoëfficiënt, oftewel α is 3,59 en komt ongeveer overeen met de gezochte 3,7.

6.2 De levensduur van sterren

Beredeneer dat $t_{\text{nuc}} \propto L/M$

De nucleaire tijdschaal zal langer worden als er meer brandstof oftewel meer massa beschikbaar is, dus $t_{\text{nuc}} \sim M$. Als de ster veel verstoekt, oftewel veel energie uitstraalt, zal de tijdschaal korter worden, $t_{\text{nuc}} \sim 1/L$. Bijgevolg:

$$t_{\text{nuc}} \propto \frac{M}{L}. \quad (17)$$

Leven zware sterren langer?

De resultaten uit 6.1 in (17) invullen geeft

$$t_{\text{nuc}} \propto \frac{M}{M^\alpha}, \quad (18)$$

$$\Rightarrow t_{\text{nuc}} \propto M^{-2,7}. \quad (19)$$

De nucleaire tijdschaal is omgekeerd evenredig met de massa. M.a.w. hoe zwaarder de ster, hoe korter de levensduur.

Verbaast dit resultaat je?

Hoewel zware sterren meer brandstof hebben, hebben ze ook meer uitgestraalde energie nodig om de ineenstorting onder zwaartekracht tegen te gaan. Ze zullen dus ook veel meer brandstof opstoken en dus sneller door hun (grotere) voorraad heen zijn.

Hoe lang leven sterren?

M.b.v. (19) volgt

$$t_{\text{nuc}} \sim 9 \cdot 10^9 \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{2,7} \text{ jaar}. \quad (20)$$

Dus

$$M = 0,5M_\odot \quad \rightarrow \quad t_{\text{nuc}} \sim 5,85 \cdot 10^{10} \text{ jaar} \quad (21)$$

$$M = 2M_\odot \quad \rightarrow \quad t_{\text{nuc}} \sim 1,39 \cdot 10^9 \text{ jaar} \quad (22)$$

$$M = 10M_\odot \quad \rightarrow \quad t_{\text{nuc}} \sim 1,80 \cdot 10^7 \text{ jaar} \quad (23)$$

6.3 Het temperatuur-lichtkracht diagram

Waar liggen de zware sterren?

De zware sterren liggen links bovenaan op de hoofdreeks aangezien ze een hogere lichtkracht hebben. Op figuur 6 is ook te zien dat deze sterren een hogere temperatuur hebben.

Waar liggen de lichte sterren?

Deze hebben een lage lichtkracht, dus op het diagram bevinden ze zich rechtsonder. Hun temperatuur is ook lager.

Waar is de zon?

De oppervlakte temperatuur van de zon is 5780 K. De zon ligt dus in het punt (3,762; 0). Dit is ongeveer op de lijn van hoofdreekssterren.

Waarom niet precies?

De zon is ongeveer 5 miljard jaar oud en voldoet niet meer aan de $t = 0$ -hoofdreeks.

Hoe verandert de kleur?

De sterren die aan de linkerkant van het diagram liggen zijn heter en dus blauwer dan de sterren die rechts liggen.

6.4 Verandering van de hoofdreeks

Waarom is de hoofdreeks korter?

Sterren op de hoofdreeks verbranden waterstof. Eens deze brandstof op is, verandert hun temperatuur-lichtkracht verhouding en bevinden ze zich niet langer op de hoofdreeks. Aangezien de zwaardere sterren hun brandstof sneller verbruiken, zullen zij eerst van de hoofdreeks verdwijnen. Na een tijdje zie je dus enkel het koele deel van de hoofdreeks met sterren die wel nog bezig zijn met waterstofverbranding.

6.5 Waarnemingen

Komt het goed overeen?

Over het algemeen geeft het model de positie van de hoofdreeks en het afbuigpunt van de hoofdreeks goed weer. Maar het verklaart niet alle sterren op het diagram. Of het model ‘goed’ is hangt dus af van wat er allemaal meegenomen werd in de berekeningen. Als dat inderdaad enkel de hoofdreeks en de rode reuzen fase is, is het model goed. Anders zijn er toch een aantal duidelijke mankementen.

Wat komt goed overeen en wat minder goed?

Het afbuigpunt van de hoofdreeks wordt goed gemodelleerd, alsook de hoofdreeks en de rode reuzen tak. Maar bv. de witte dwergen en blue stragglers zijn duidelijk niet opgenomen in het model.

6.6 Het einde van de hoofdreeks

Klopt dit met de geschatte leeftijd?

De zwaarste hoofdreekssterren zijn degene die nog net niet de hoofdreeks verlaten hebben. Ze zouden dus aan het einde van hun nucleaire tijdschaal moeten zijn. Uit (20) volgt analoog aan de vorige berekeningen:

$$M = 1, 29M_{\odot} \rightarrow t_{\text{nuc}} \sim 4, 53 \cdot 10^9 \text{ jaar} \quad (24)$$

De tijdschaal van ongeveer 4,5 Gyr komt overeen met de geschatte leeftijd van de cluster. De verklaring hiervoor is dat alle sterren in een cluster op hetzelfde ogenblik gevormd worden en dat de leeftijd van de zwaarste ster op de hoofdreeks dus overeenkomt met de leeftijd van de cluster.

6.7 Blauwe achterblijvers

Wat verwacht je?

Aan de hand van hun positie in het HR-diagram verwacht je dat deze sterren een grotere massa hebben dan de sterren op de hoofdreeks.

Waarom worden deze sterren “blauwe achterblijvers” genoemd?

Alle andere sterren in hun deel van de hoofdreeks zijn al weggeëvolueerd, maar zij zijn er nog. Het lijkt dus of ze achtergebleven zijn. Aangezien het zware en hete sterren zijn en dus een blauwe kleur hebben, noemen we ze blue stragglers.

Verzin een verklaring

De meest waarschijnlijke verklaring voor dergelijke objecten is dat het de samensmelting betreft (of massaoverdracht) van twee componenten in een dubbelster. Dit resulteert in een zwaardere, en dus hetere en lichtkrachtigere ster, dan men van een enkelvoudige ster op deze leeftijd verwacht. Dit zorgt ervoor dat een ster die oorspronkelijk een lage massa had (en zich dus nog op de hoofdreeks bevindt), massiever wordt en dus naar links boven klimt in het HR - diagram.