0. Meerkeuze opgaven

1) b
2) c
3) c
4) c
5) d
6) a
7) c
8) d
9) b
10) b
11) b
12) c
13) b
14) a
15) c
16) a
17) b
18)d

<u>Vraag 1</u>

1. Waterstof is voor 75 procent in het heelal vertegenwoordigt, helium voor 25%
   De overige scheikundige elementen zijn minder dan 1%

2. Waterstof: na de oerknal (… jaar
3. Helium: na de oerknal? + bij kernfusie in sterren
4. **Koolstof, waterstof, zuurstof: in de tweede fase van kernfusie**
5. **Ijzer in de derde fase**
6. **Mangaan:**
7. **Neon:**
8. **Silicium:**
9. **Zwavel:**
10. **Goud: bij botsing van neutronensterren**

<u>Vraag 2</u>

B A C D E.

VSO vraag 3

1 Hoeveel energie ontvangt de planeet per seconde van de ster?

Een ster straalt in alle richtingen licht uit. Op een afstand d van de ster, is de lichtkracht per vierkante meter,l ,bijgevolg

$$l = \frac{L}{4\pi d^2}. \tag{1}$$

Zoals de ster de planeet ziet, is het een schijft. De oppervlakte daarvan is πR^2. De lichtkracht die een planeet op afstand d met straal R ontvangt per seconde, genaamd L_{pl} is dan

$$L_{pl} = l \times \pi R^2 = \frac{L\pi R^2}{4\pi d^2}. \tag{2}$$

De planeet weerkaatst zijn albedowaarde, A, van het opgevangen licht en absorbeert de rest. De opgenomen energie per seconde is dus:

$$L_{opgenomen} = (1 - A) \times L_{pl} = \frac{(1 - A)L\pi R^2}{4\pi d^2} \tag{3}$$

2 Als je aanneemt dat de planeet een zwart lichaam is van temperatuur T, wat is dan de hoeveelheid energie E_{out} die de planeet uitstraalt?

We gebruiken de wet van Stefan-Boltzmann

$$l = \sigma T^4, \tag{4}$$

waarbij l de uitgestraalde energie per seconden per vierkante meter is en $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}\ Wm^{-2}K^{-4}$ de Stefan-Boltzmannconstante is. Een planeet is bolvormig en de energie wordt over de hele oppervlakte uitgestraald. De uitgestraalde energie per seconde is dus

$$E_{out}/s = 4\pi R^2 \times l = 4\pi R^2 \sigma T^4. \tag{5}$$

Aangezien de Aarde een stabiele temperatuur heeft, straalt deze evenveel warmte uit als die ze ontvangt van de zon. $E_{out}/s = L_{opgenomen}$.

$$4\pi R^2 \sigma T^4 = \frac{(1 - A)L}{4\pi d^2}\pi R^2 \tag{6}$$

$$
\begin{aligned}
T^4 &= \frac{(1-A)L}{16\pi d^2\sigma} && (7)\\
T &= \left(\frac{(1-A)L}{16\pi d^2\sigma}\right)^{\frac{1}{4}} && (8)
\end{aligned}
$$

3 Bereken wat volgens dewe formule de temperatuur op aarde is.

$$
\begin{aligned}
d &= 1,5 \times 10^{11} m && (9)\\
L &= 3,8 \times 10^{26} W && (10)\\
A &= 0,3 && (11)
\end{aligned}
$$

Dit invullen in (8) levert een temperatuur van 253,78 Kelvin op. Dit is -19,37 graden Celcius.

4 Is er vloeibaar water op aarde mogelijk volgens deze berekening?

De bovenstaande temperatuur is te laag om vloeibaar water mogelijk te maken. Toch is er op aarde vloeibaar water en bedraagt de gemiddelde temperatuur ongeveer 15 graden celcius. Dit verschil is te wijten aan de atmosfeer en de broeikasgassen die zich erin bevinden.

vraag 4

a. Hoeveel boogminuten legt de aarde elke minuut af op haar baan rond de zon?

De baan van de aarde kan benaderend als cirkelvormig beschouwd worden en is in totaal 360 x 60 = 21600 boogminuten. Deze worden afgelegd in 365,25 x 24 x 60 = 525960 minuten. Per minuut legt de aarde dus gemiddeld 21600 / 525960 ≈ 0,041 boogminuten af.
Let wel: in werkelijkheid is de baan van de aarde een ellips; uit de tweede wet van Kepler volgt dat de baansnelheid van de aarde groter is in het perihelium (het punt van de baan dichtst bij de zon) dan in het aphelium (het punt van de baan verst van de zon).

b. Wat is de hoogte van de zon als een verticaal object een schaduw werpt die even lang is als de hoogte van het object?

De zonshoogte bedraagt dan 45°.

c. In welke omstandigheden wijzigt de hoogte van de sterren boven de horizon niet in de loop van een dag?

Enerzijds zal dit het geval zijn als de waarnemer zich op één van de geografische polen van de aarde bevindt.
Anderzijds is dit ook het geval als de ster op één van de hemelpolen gesitueerd is.

d. Voor een waarnemer op één van de geografische polen van de aarde bevindt de zon zich een half jaar boven en een half jaar onder de horizon. Hoe zit dat met de maan?

Het zichtbare pad van de maan aan de hemel is vrijwel hetzelfde als dat van de zon. De maan maakt echter een volledige revolutie in een maan (in plaats van in een jaar). Als de waarnemer zich dus op een geografische pool bevindt, zal de maan zich ongeveer twee weken boven de horizon bevinden en vervolgens twee weken onder de horizon.

e. Als de maan op aarde opkomt, duurt het minstens twee minuten vooraleer de maan volledig boven de horizon is. Hoe lang duurt het voor een waarnemer op de maan vooraleer de aarde volledig boven de horizon staat?

Voor een waarnemer op de maan komt de aarde nooit op en gaat de aarde nooit onder.

f. Het wolkendek van Venus is dermate dik dat je van op Venus onmogelijk sterren kan zien. Kan een waarnemer op het Venusoppervlak zeker zijn dat de planeet rond haar as draait? Indien ja, valt dan ook de rotatiezin te bepalen?

Dit is inderdaad mogelijk, bijvoorbeeld door het bestuderen van het gedrag van een slinger.
De jury laat zich graag verrassen door andere suggesties.

g. Als er een totale maansverduistering is op aarde, wat neemt een waarnemer op de maan dan waar?

Op de maanzijde die naar de zon gericht is, zal de waarnemer op de maan een totale zoneclips waarnemen. Op de andere zijde zullen de helderste sterren zichtbaar zijn tegen een zwarte hemelachtergrond.

h. Hoe komt het dat (overal) op het noordelijk halfrond totale zoneclipsen meer voorkomen in de zomer dan in de winter?

In de zomer op het noordelijk halfrond is de afstand tussen de zon en de aarde groter dan in de winter, zodat de hoekafmetingen van de zon in de zomer iets kleiner zijn dan in de winter. Anderzijds is de gemiddelde afstand tussen de aarde en de maan niet seizoensafhankelijk. Dit verklaart waarom de maan de zon in de zomer frequenter volledig kan bedekken dan in de winter.

i. Tijdens de eerste ronde van de Vlaamse Wiskunde Olympiade 2009 werd volgende vraag gesteld: "Een klein muntstuk met straal r rolt zonder glijden rond een groot muntstuk met straal R dat niet beweegt. De straal R is een geheel veelvoud van r. Het klein muntstuk maakt hierbij een volledige omwenteling rond het groot muntstuk. Het aantal keer dat het klein muntstuk dan volledig om zijn middelpunt is gedraaid, is gelijk aan ...". Het juiste antwoord is $1 + R/r$.
a. Hoe zou dit model vertaald kunnen worden naar de beweging van de aarde rond de zon?

Voor de hand liggend is het grote muntstuk te beschouwen als de aardbaan (dus niet als de zon!) en het kleine muntstuk als de aarde.

b. Verklaar de verschillende punten waarop dit model faalt.

Uiteraard is de baan van de aarde rond de zon niet zuiver cirkelvormig is (het is een ellips met excentriciteit 0,0167) en is de straal van de aardbaan (ongeveer 150000000 km) geen geheel veelvoud is van de straal van de aarde (6378 km aan de evenaar). Nochtans zijn dit niet de hoofdredenen waarom het geschetste model niet toepasbaar is: tijdens een omwenteling rond haar eigen as (de rotatie), legt de aarde ook een stukje van haar baan rond de zon af (de revolutie), zodat hier geen sprake is van 'rollen zonder glijden'.

c. Is er een aanpassing van het model denkbaar die beter aansluit bij de beweging van de aarde rond de zon?

De jury laat zich hier graag verrassen door originele voorstellen.

vraag 5

Sterrenkundigen gebruiken een heel oude manier om de helderheid van hemellichamen aan te duiden. De oude Grieken duidden de helderste sterren op de hemelbol aan met de "eerste magnitude" (m = 1), de iets minder heldere met m = 2 en de zwakste met het blote oog zichtbare sterren met magnitude 6. Met moderne telescopen kunnen we veel zwakkere objecten zien tot magnitude 26 en nog veel verder. De zon en de maan lijken veel helderder dan de helderste ster aan de hemel en hebben daarom zelfs een negatieve magnitude (respectievelijk –26 en –13). Dit zijn schijnbare magnituden, d.w.z. zoals wij ze op aarde aan de hemel zien.

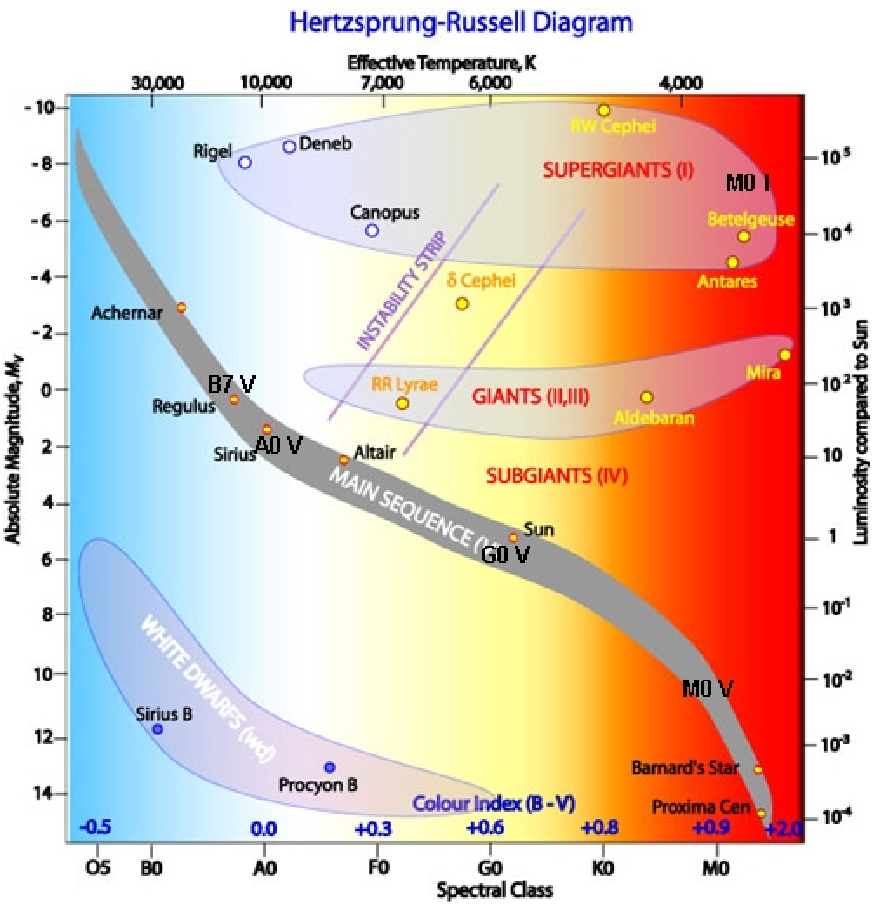
Gezien niet alle hemellichamen even ver van ons af staan, lijken degene die dichtbij staan helderder dan zij die verder weg staan. De helderheden zoals wij ze zien vanop aarde is de schijnbare magnitude (aangeduid met kleine letter 'm'). De absolute magnitude (aangeduid met hoofdletter 'M') is de helderheid van de objecten indien ze allemaal op eenzelfde afstand (10 parsec, ~32 lichtjaar) zouden staan.

Behalve een (schijnbare en absolute) magnitude hebben sterren ook een spectraaltype. Dat is een letter en cijfer (bv. M0) waarmee de sterren in groepjes van ongeveer dezelfde temperatuur en kleur worden geplaatst. Tenslotte is er ook nog de lichtkrachtklasse van de ster, die met een Romeins cijfer (bv. V) aanduidt in welke evolutiefase deze zich bevindt.

Gegeven zijn spectraaltype, lichtkrachtklasse en schijnbare visuele magnitude voor vijf sterren: (M0 I, 22); (B7 V, 15); (A0 V, 5); (G0 V, 5); (M0 V, 5). Gevraagd (met verantwoording):

We tekenen de vijf sterren in op een Hertzsprung-Russell-diagram en kunnen daaruit volgende eigenschappen afleiden (schatting – benadering).

Ster	Sp	m	T	M	Kleur
1	M0 I	22	3000 K	–7	Rood
2	B7 V	15	15000 K	0	Blauw-wit
3	A0 V	5	10000 K	+1	Wit
4	G0 V	5	6000 K	+5	Geel
5	M0 V	5	3000 K	+11	Rood



a. Welke ster heeft de hoogste temperatuur?

Ster 2 (B7 V): 'vroegste' spectraaltype

b. Welke ster is de koelste ster?

Ster 1 (M0 I) of ster 5 (M0 V): 'laatste' spectraaltype

c. Welke is de witte ster?

Ster 3 (A0 V)

d. Welke is de visueel zwakste ster?

Ster 1 (M0 I): bij de magnitudeschaal duiden de grootste getallen de zwakste sterren aan (en omgekeerd)

e. Welke ster heeft de grootste intrinsieke helderheid?

Ster 1 (M0 I): dit is de enige ster met een negatieve absolute magnitude

f. Welke ster heeft de grootste straal?

Ster 1 (M0 I): is een rode reus

g. Welke ster gelijkt het meest op de zon?

Ster 4 (G0 V): de zon is een G2 V ster

h. Welke ster is het dichtst bij ons gelegen?

Ster 5 (M0 V): dit is de enige ster waarvoor $m < M$, wat betekent dat de afstand ervan kleiner is dan 10 parsec (volgens de definitie van de absolute magnitude)

i. Welke ster is het verst van ons verwijderd?

Ster 1 (M0 I): bij deze ster heeft de afstandsmodulus ($m - M$) de grootste (positieve) waarde (in casu 29)

Vraag 6:

a) Vermits exoplaneten zelf geen licht uitzenden, zijn het extreem zwakke lichtbronnen. Het licht dat ze reflecteren is afkomstig van hun ster,
en zal vaak verdwijnen in de gloed van het rechtstreeks sterlicht dat we ontvangen.

b) Beschouwen we de ster als een zwarte straler, dan is de wet van Stefan-Boltzmann van toepassing, die stelt
dat $L = A \sigma T^4$, met L de lichtkracht van de ster, A de oppervlakte van de ster, σ de
constante van Stefan Boltzmann, en T de temperatuur van de ster.
De oppervlakte van de ster kunnen we berekenen als $4 \pi R^2$, met R de straal van de ster, zodat we finaal
krijgen dat $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$.
Voor het speciale geval van de zon krijgen we $L_{zon} = 4\pi R_{zon}^2 \sigma T_{zon}^4$, en door beide vergelijkingen
door elkaar te delen krijgen we

$$\frac{L}{L_{zon}} = \frac{R^2 T^4}{R_{zon}^2 T_{zon}^4}.$$

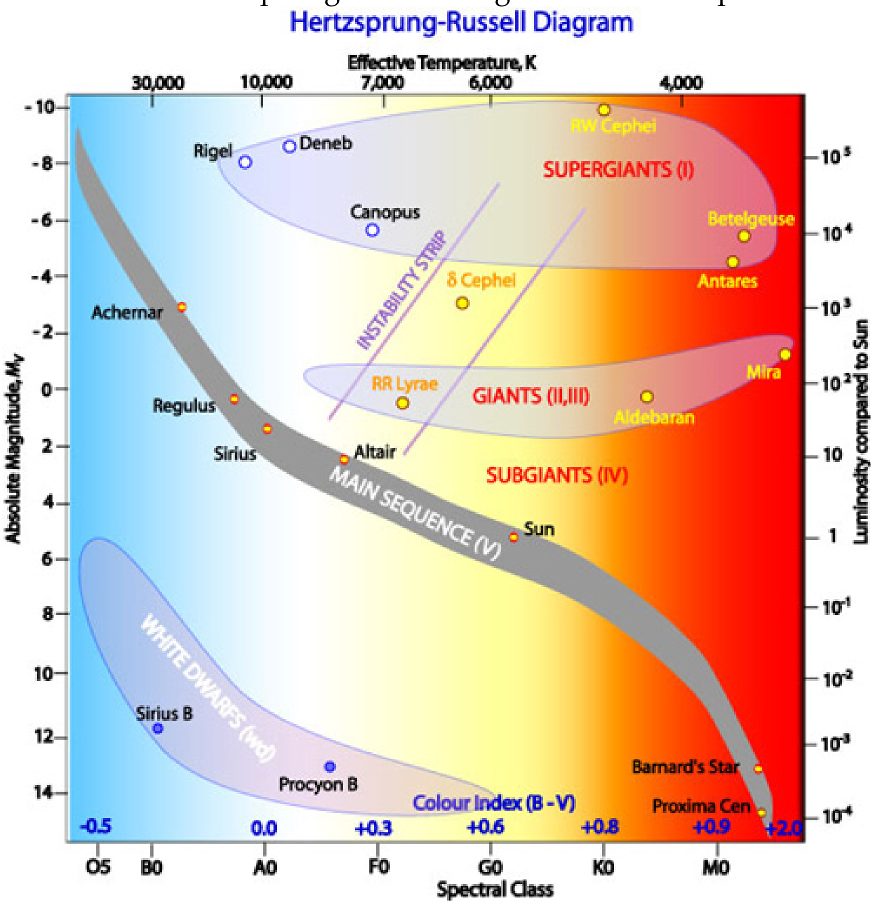
Vermits we weten dat de ster spectraaltype F heeft, weten we dat haar temperatuur in de buurt van $6750 K$ zal liggen.
Onze zon heeft een temperatuur van $5800K$, waardoor we nu uit bovenstaande vergelijking vinden dat $R = 1.04 R_{zon}$.

c) We zoeken de straal die een planeet moet hebben om $1\ \%$ van de sterrenschijf te bedekken.
Met andere woorden, $\frac{\pi R_{ster}^2}{\pi R_{planeet}^2} \leq 100$, waaruit volgt dat de planeet meer dan een
tiende van de straal van de ster moet hebben opdat we een helderheidsverschil kunnen detecteren.

vraag 7

De ster Rigel heeft een absolute magnitude M = –7,4 en is van spectraaltype B8.

a. Schets een Hertzsprung-Russell-diagram en duid de positie van Rigel aan.



b. Welke kleur heeft Rigel? Verklaar.

Ster 2 (B7 V): Rigel is blauw (tot blauw-wit).

c. Maak een behoorlijke schatting voor de temperatuur van Rigel en verklaar deze schatting.

Ster 2 (B7 V): De temperatuur van Rigel wordt geschat op 11000 K (of net iets meer). B-sterren hebben temperaturen van 10000 K tot 30000 K. Een B7 ster is eerder aan het koele uiteinde van dit interval gelegen.

d. De afstand van Rigel is niet helemaal nauwkeurig bepaald. Hierdoor wordt de positie van Rigel in het Hertzsprung-Russell-diagram een beetje onzeker. In welke richting zal Rigel in het diagram dus eventueel moeten verplaatst worden, horizontaal of verticaal? Verklaar.

Deze onzekerheid kan een verticale verschuiving tot gevolg hebben. Een onnauwkeurigheid in de afstand heeft geen invloed op het spectraaltype, maar wel op de absolute magnitude.

8. De Melkweg

a. Wat is dan de centripetale (middelpuntszoekende) kracht die de beschouwde ster ondervindt volgens de gravitatiewet van Newton?

$$F = \frac{GMm}{R^2}$$

b. Wat is de centripetale versnelling, in functie van de baansnelheid *v*, die de beschouwde ster moet ondervinden om een eenparige cirkelbeweging te beschrijven?

$$a = \frac{v^2}{R}$$

c. Door beide vorige antwoorden te combineren is het mogelijk om *v* uit te drukken als functie van enkel *R* en *M*. Doe dit.

$$\left.\begin{aligned} F &= \frac{GMm}{R^2} \\ &= ma = m\frac{v^2}{R} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

d. Een ster in het centrum van de Melkweg draait met 66 km/s rond langs een cirkel met straal 1 parsec (~3,3 lichtjaar). Hoeveel massa omsluit de baan?

$$v = 66 \text{ km/s} = 6,6 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

$$R = 1 \text{ pc} = 3,1 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow M = \frac{v^2 R}{G} = 2,0 \cdot 10^{36} \text{ kg} = 1,0 \cdot 10^6 \text{ M}_e$$

e. Kan dit of moet dit een zwart gat zijn? Waarom?

Dit moet een zwart gat zijn. Als we ervan uitgaan dat deze massa van één miljoen zonsmassa's (hoofdzakelijk) geconcentreerd is in één object, en dit object bovendien geen zichtbaar licht uitzendt, dan kan het niet anders dan dat dit object een zwart gat is. De bovengrens voor de massa van een neutronenster bedraagt namelijk zo'n drie zonsmassa's. De meest recente observaties wijzen op een enkel object met een massa van enkele miljoenen zonsmassa's en een straal kleiner dan 50 astronomische eenheden.

f. Maak de veronderstelling dat de materie in de schijf van de Melkweg evenredig verdeeld is. Bereken dan met de bovenstaande formule de baansnelheid van de zon rond het centrum van de Melkweg.

$$M_{MW} = 5,8 \cdot 10^{11}\ \mathrm{M_e} = 1,2 \cdot 10^{42}\ \mathrm{kg}$$
$$R_{MW} = 50 \cdot 10^{3}\ \mathrm{ly} = 4,7 \cdot 10^{20}\ \mathrm{m}$$
$$R = 2,5 \cdot 10^{20}\ \mathrm{m}$$
$$M = \frac{A}{A_{MW}} M_{MW} = \frac{\pi R^2}{\pi R_{MW}^2} M_{MW} = 0,28 M_{MW} = 3,2 \cdot 10^{41}\ \mathrm{kg}$$
$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 2,9 \cdot 10^{5}\ \mathrm{m/s} = 290\ \mathrm{km/s}$$

g. Deze veronderstelling is echter niet helemaal juist. De werkelijke baansnelheid van de zon is 250km/s. Wat is dan de periode van de rotatie rond het galactisch centrum? Hoeveel keer heeft de zon deze cirkel al afgelegd sinds haar ontstaan?

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 6,3 \cdot 10^{15}\ \mathrm{s} = 2,0 \cdot 10^{8}\ \mathrm{y}$$
$$\Delta T = 4,57 \cdot 10^{9}\ \mathrm{y} \Rightarrow \# = 23$$

h. Gebruik de eerder afgeleide formule om de theoretische baansnelheid te berekenen van een deeltje dat zich aan de rand van de Melkweg bevindt.

$$M_{MW} = 1,2 \cdot 10^{42}\ \mathrm{kg}$$
$$R_{MW} = 4,7 \cdot 10^{20}\ \mathrm{m}$$
$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = 4,0 \cdot 10^{5}\ \mathrm{m/s} = 400\ \mathrm{km/s}$$

i. In werkelijkheid blijkt dat de waargenomen baansnelheid voor sterren ver van het centrum veel groter is dan men via deze theoretische redenering zou verwachten. Waar wijst dit op en wat is hier de mogelijke oorzaak van? Hint: dit probleem staat in de (astro)fysica bekend als het probleem van de *missing mass*.

Als de snelheid groter is dan theoretisch verwacht, dan betekent dit dat in de vergelijking ofwel M groter is dan aangenomen, ofwel R kleiner. Aangezien de bepaling van R, de afstand van de beschouwde sterren tot het centrum van de Melkweg, vrij nauwkeurig is, is het de omsloten massa M die in werkelijkheid (veel) groter blijkt te zijn dan aangenomen. Met andere woorden, de Melkweg bevat een grote hoeveelheid massa die we niet zien, maar waarvan we wel de aanwezigheid kunnen afleiden uit de baansnelheid van deze verafgelegen sterren. De kosmologie gaat er tegenwoordig vanuit dat deze *missing mass* bestaat uit donkere materie. Deze donkere materie zou, tesamen met de donkere energie, maar liefst 96 % van de massa van het universum uitmaken. Een andere, weliswaar minder waarschijnlijke verklaring, is dat de gravitatiewet van Newton niet geldig is over zeer grote afstanden.

j. De 18e eeuwse Britse astronoom William Herschel, de ontdekker van Uranus, stelde op basis van waarnemingen al een 'landkaart' op van onze Melkweg. Deze is hieronder weergegeven. Het dikkere puntje nabij het midden stelt de zon voor. Bespreek wat juist en fout is aan dit model.

De grootste verdienste van dit model is dat het de correcte veronderstelling maakt dat de heldere band zichtbaar aan de hemel een grote verzameling sterren is die zich in hetzelfde vlak bevinden, een vlak waar wij mee inzitten. Het model stelt de Melkweg correct voor als een platte schijf, alhoewel deze in werkelijkheid wel een zekere dikte heeft, en ook een uitstulping nabij het centrum. Het model plaatst de zon verkeerdelijk nabij het centrum van de Melkweg, en overschat de variatie in diameter van de schijf van de Melkweg. Ook is er geen spoor te vinden van het spiraalvormig patroon van de Melkweg en is het in werkelijkheid niet zo dat de dichtheid aan sterren overal ongeveer dezelfde is.