Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2011

Oplossingen

6 april 2011

In dit document worden oplossingen voorgesteld voor de vragen van de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2011. Het spreekt voor zich dat andere methodes eventueel ook tot correcte oplossingen kunnen leiden.

Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2011
Vereniging Voor Sterrenkunde
Oostmeers 122c
8000 Brugge

Het organiserend comité van de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2011: Steven Bloemen (KULeuven), Annelies Cloet-Osselaer (UGent), Nicki Mennekens (VUB), Frank Tamsin (VVS) en Geertrui Vandist (JVS).

http://www.sterrenkundeolympiade.be
info@sterrenkundeolympiade.be

Meerkeuze vragenreeks

1. Tijdens een totale maansverduistering op Aarde, zou een astronaut op de nabije zijde van de Maan:
a) een totale zonsverduistering waarnemen.
b) eveneens een totale maansverduistering waarnemen.
c) een totale verduistering van de Aarde waarnemen.
d) helemaal geen eclips waarnemen.
e) een gedeeltelijke zonsverduistering waarnemen.

Bij een maansverduistering staat de Aarde tussen de Maan en de Zon, en een astronaut zou dus de Zon achter de Aarde zien. De hoekafmeting van de Zon gezien vanaf de Maan is nog steeds ongeveer 0,5°, terwijl de Aarde ongeveer 1,9° groot is (en derhalve de Zon volledig zou bedekken).

2. De derde wet van Kepler
a) laat ons toe om de relatieve afstanden van de planeten tot de Zon te vinden.
b) legt een verband tussen de gemiddelde afstand van een planeet tot de Zon en de synodische periode van de planeet.
c) heeft Kepler in staat gesteld om de juiste afstanden (in kilometer) van de planeten tot de Zon te vinden.
d) laat toe om te besluiten dat een planeet die vier keer verder van de Zon staan dan een andere, ook vier keer meer tijd nodig heeft voor een omloop rond de Zon.
e) Zowel a als d zijn waar.

De derde wet van Kepler stelt dat de verhouding tussen de derde macht van de gemiddelde afstand van een planeet tot de Zon en het kwadraat van zijn (siderische) omloopperiode, voor alle planeten dezelfde is.

3. Stel dat er een object in het zonnestelsel zou gevonden worden dat een elliptische baan rond de Zon beschrijft met een periode van 8 jaar, en een periheliumafstand van 0,5 astronomische eenheden. Hoever van de Zon zou dit object dan staan in het aphelium van zijn baan?
a) 4 astronomische eenheden.
b) 7,5 astronomische eenheden.
c) 4,5 astronomische eenheden.
d) 8,5 astronomische eenheden.
e) 8 astronomische eenheden.

Uit de derde wet van Kepler kunnen we berekenen dat de halve grote baanas van dit object 4 astronomische eenheden ($8^2 = 4^3$) bedraagt. Als de periheliumafstand 0,5 astronomische eenheden, dan is de apheliumafstand 7,5 astronomische eenheden.

4. Een astronaut bevindt zich in een ruimteschip dat zich bewegingsloos in de ruimte bevindt, ver weg van enig ander object. Hij ontsteekt de motoren van het ruimteschip en begint voorwaarts te bewegen. Dit is een illustratie van
a) de eerste bewegingswet van Newton (de wet der traagheid).
b) de eerste wet van Kepler.
c) de derde bewegingswet van Newton (de wet van actie en reactie).
d) de universele gravitatiewet van Newton.
e) zowel a als c.

Aanvankelijk is de netto uitwendige kracht op het ruimteschip nul. Ten gevolge van het uitstoten van uitlaatgassen beweegt het ruimteschip in tegengestelde zin.

5. In vergelijking met röntgenstraling, hebben radiogolven een ….. frequentie en een …… energie.
a) hogere / hogere
b) lagere / lagere
c) hogere / lagere
d) lagere / hogere
e) Deze vraag is misleidend: alle delen van het elektromagnetisch spectrum hebben dezelfde energie en frequentie; alleen hun golflengte verschilt.

Golflengte en frequentie zijn omgekeerd evenredig. Energie is recht evenredig met frequentie.

6. We nemen drie sterren X, Y en Z waar. De golflengte waarop ster X het meest energie uitzendt is 650 nm. De golflengte waarop ster Y het meest energie uitzendt is 400 nm. Ster Z heeft een oppervlaktetemperatuur van 5800 K. Rangschik de sterren volgens stijgende temperatuur.
a) X – Y – Z
b) X – Z – Y
c) Y – X – Z
d) Y – Z – X
e) Z – X – Y

650 nm situeert zich in het rode deel van het spectrum en 400 nm in het violet deel. Een ster van 5800 K is vergelijkbaar met de Zon en straalt dus het meest in het geel. Een andere mogelijkheid om dit in te zien, is de temperatuur van de sterren uit te rekenen met de verschuivingswet van Wien.

7. We nemen een ster waar met een oppervlaktetemperatuur van 10000 K. Tussen ons en de ster bevindt zich een wolk waterstof van 20000 K die zich van ons weg en naar de ster toe beweegt. Het waargenomen spectrum bevat:
a) een continu spectrum en roodverschoven waterstof emissielijnen.
b) een continu spectrum en roodverschoven waterstof absorptielijnen.
c) een continu spectrum en blauwverschoven waterstof emissielijnen.
d) een continu spectrum en blauwverschoven waterstof absorptielijnen.
e) een continu spectrum met alle lijnen op de verwachte plaats zoals in een laboratorium.

Een heet dicht object heeft een continu spectrum; als we de ster als zwart lichaam beschouwen, zal die een continu spectrum vertonen. De waterstofwolk heeft een hogere temperatuur dan de ster en zal dus emissielijnen laten zien. Die lijnen zijn roodverschoven omdat de wolk zich van ons weg beweegt.

8. Twee identieke radioschotels, elk met een diameter van 50 meter, bevinden zich 10 kilometer van elkaar. Ze zijn met elkaar verbonden en worden gebruikt als een interferometer. Welk van volgende uitspraken beschrijft de resulterende radiotelescoop het best?
a) Het systeem heeft de resolutie van een 50 meter radiotelescoop en het lichtverzamelend vermogen van een 70 meter radiotelescoop.
b) Het systeem heeft de resolutie van een 50 meter radiotelescoop en het lichtverzamelend vermogen van een 50 meter radiotelescoop.
c) Het systeem heeft de resolutie van een 10 kilometer radiotelescoop en het lichtverzamelend vermogen van een 100 meter radiotelescoop.
d) Het systeem heeft de resolutie van een 10 kilometer radiotelescoop en het lichtverzamelend vermogen van een 50 meter radiotelescoop.
e) Het systeem heeft de resolutie van een 10 kilometer radiotelescoop en het lichtverzamelend vermogen van een 70 meter radiotelescoop.

Het lichtverzamelend vermogen van een telescoop wordt bepaald door de oppervlakte van het objectief: $2 \times \pi \times (50 / 2) \times (50 / 2) \approx \pi \times (70 / 2) \times (70 / 2)$. De resolutie is omgekeerd evenredig met de diameter van het globale systeem (10 km).

9. Welke van volgende paren planeten verschillen het meest in dichtheid?
a) De Aarde en Neptunus.
b) Venus en Mercurius.
c) Jupiter en Uranus.
d) Venus en de Aarde.
e) Saturnus en Uranus.

De gemiddelde dichtheid van de aardse planeten is ongeveer 5 keer groter dan die van water, terwijl de joviaanse planeten ongeveer dezelfde dichtheid als water hebben.

10. Rond een zonachtige ster bevindt zich een hypothetisch planetenstelsel met twee planeten die sterk op onze Aarde gelijken en verder identiek lijken. Planeet X beweegt in een baan op een afstand van 1 astronomische eenheid van de ster en planeet Y beweegt in een baan op een afstand van 2 astronomische eenheden van de ster. Naarmate de tijd vordert zal het volgende gebeuren:
a) Planeet X zal meer van zijn atmosfeer verliezen dan planeet Y, omdat de moleculen in de atmosfeer een gravitationele kracht van de ster ervaren die 4 keer sterker is.
b) Planeet X zal meer van zijn atmosfeer verliezen dan planeet Y, omdat de kinetische energie van de moleculen in de atmosfeer groter is.
c) Planeet X zal meer van zijn atmosfeer verliezen dan planeet Y, omdat de ontsnappingssnelheid er lager is.
d) Zowel a als c zijn waar.
e) De atmosferen van de beide planeten zullen op dezelfde wijze evolueren.

De ontsnappingssnelheid van een object is enkel afhankelijk van zijn massa en zijn straal, en dus hebben X en Y dezelfde ontsnappingssnelheid. Alleen moleculen met een voldoende hoge snelheid kunnen ontsnappen, en de snelheid van de moleculen is afhankelijk van de temperatuur. Aangezien X dichter bij de centrale ster staat dan Y is de temperatuur van de atmosfeer er hoger.

11. De temperatuur aan het oppervlak van Venus is erg hoog. De hoofdoorzaak hiervan is:
a) dat er veel actieve vulkanen zijn op Venus.
b) dat Venus zich dicht bij de Zon bevindt.
c) dat de gassen in de atmosfeer van Venus beletten dat de planeet zou afkoelen.
d) het radioactieve verval in de kern van Venus.
e) Geen enkele van bovenstaande.

Het broeikaseffect (hoofdzakelijk ten gevolge van koolstofdioxide) is hier de doorslaggevende factor.

12. Saturnus zendt meer energie uit dan de planeet van de Zon ontvangt. Dit energie-overschot:
a) is te wijten aan energie die overgebleven is van de vorming van de planeet (net zoals bij Jupiter).
b) is het resultaat van het samentrekken van de planeet ten gevolge van de gravitatie.
c) is te wijten aan radioactiviteit in de kern van Saturnus.
d) is te wijten aan heliumcondensatie.
e) Deze uitspraak is misleidend: Saturnus zendt niet meer energie uit dan de planeet van de Zon ontvangt.

Heliumcondensatie veroorzaakt heliumregen en dit verklaart het energie-overschot.

13. De rand van de Zon lijkt donkerder dan het centrum van de zonneschijf omdat:
a) licht van het centrum van de zonneschijf ontstaat in diepere lagen in de zonne-atmosfeer dan licht van de rand van de Zon.
b) de fotosfeer koeler is dan de chromosfeer.
c) de zichtbare randen van de Zon zich verder van de Aarde bevinden dan het centrum van de zonneschijf.
d) zowel a, b als c waar zijn.
e) Geen van bovenstaande is correct.

Het gaat hier om visueel licht en dus om de fotosfeer; de chromosfeer is veel heter en zendt energie uit op hogere frequenties. Het verschil in afstand tussen de rand en het centrum van de zonneschijf is verwaarloosbaar op een afstand van 1 astronomische eenheid.

14. In volgorde van stijgende temperatuur, welke volgorde is dan correct:
a) basis van de chromosfeer – fotosfeer – bovenste chromosfeer – kern – corona
b) basis van de chromosfeer – fotosfeer – bovenste chromosfeer – corona – kern
c) fotosfeer – basis van de chromosfeer – bovenste chromosfeer – kern – corona
d) fotosfeer – basis van de chromosfeer – bovenste chromosfeer – corona – kern
e) fotosfeer – bovenste chromosfeer – basis van de chromosfeer – kern – corona

De temperatuur in de fotosfeer daalt met toenemende hoogte en dus is de temperatuur aan de basis van de chromosfeer lager dan de gemiddelde temperatuur in de fotosfeer (ongeveer 5800 K). In de chromosfeer neemt de temperatuur toe met de hoogte (tot 30000 K bovenaan). Deze toename gaat verder boven de chromosfeer tot 2 miljoen K in de corona. In de kern van de Zon bedraagt de temperatuur ongeveer 15 miljoen K.

15. De hoofdreden waarom we denken dat Pluto geen ontsnapte Neptunusmaan is, is dat:
a) de massa van Pluto te klein is.
b) Pluto satellieten heeft.
c) de baan van Pluto te veel geheld is ten opzichte van de ecliptica.
d) de excentriciteit van de baan van Pluto te groot is.
e) De uitspraak is misleidend: we denken wel degelijk dat Pluto een ontsnapte Neptunusmaan is.

Een botsing waardoor Pluto uit het Neptunussysteem zou ontsnapt zijn, is op zich onwaarschijnlijk. De ontdekking van Charon maakt dit nog onwaarschijnlijker. Massa en en excentriciteit zijn in dit verband niet relevant. Een hoge inclinatie is een reden om eventueel wel te denken aan een ontsnapte Neptunusmaan.

16. Uit waarnemingen van een komeet in 2003 is afgeleid dat de erg langgerekte baan van deze komeet rond de Zon zich tot op 30 astronomische eenheden uitstrekt. We zullen de komeet wellicht terug kunnen waarnemen in het jaar
a) 2033.
b) 2045.
c) 2061.
d) 2082.
e) 2063.

Uit de derde wet van Kepler kan de periode van de komeet afgeleid worden, en die bedraagt ongeveer 58 jaar ($30^3 \approx 58^2$).

17. Ster X heeft een straal die dubbel zo groot is als ster Y, en ook de temperatuur van ster X is twee keer zo groot als de temperatuur van ster Y. Hieruit kunnen we afleiden dat de lichtkracht van ster X
a) 4 keer groter is dan de lichtkracht van ster Y.
b) 8 keer groter is dan de lichtkracht van ster Y.
c) 16 keer groter is dan de lichtkracht van ster Y.
d) 64 keer groter is dan de lichtkracht van ster Y.
e) 128 keer groter is dan de lichtkracht van ster Y.

Volgens de wet van Stefan-Boltzmann is de lichtkracht van een ster evenredig met het kwadraat van zijn straal en met de vierde macht van de temperatuur (2^2 x 2^4 = 64).

18. Op een Hertzsprung-Russell diagram lezen we af dat een bepaalde ster een temperatuur heeft die groter is dan die van de Zon en een lichtkracht die kleiner is dan die van de Zon. Hieruit kunnen we besluiten:
a) dat deze ster een koele reus is.
b) dat deze ster een hete superreus is.
c) dat deze ster onder en rechts van de Zon gelegen is in het Hertzsprung-Russell diagram.
c) dat deze ster boven en links van de Zon gelegen is in het Hertzsprung-Russell diagram.
e) dat deze ster een witte dwerg is.

Koele reuzen zijn koeler dan de Zon terwijl hete superreuzen lichtkrachtger zijn. Boven en rechts van de Zon bevinden zich koelere sterren en boven en links bevinden zich meer lichtkrachtige steren.

19. We nemen een dubbelstersysteem waar waarvan het baanvlak loodrecht op onze gezichtslijn staat. Dit systeem kan niet als spectroscopische dubbelster waargenomen worden omdat:
a) het een eclipserend dubbelstersysteem is.
b) het dopplereffect te groot zal zijn.
c) er geen dopplereffect kan waargenomen worden.
d) zo'n systeem zich te ver weg van ons bevindt.
e) Geen van bovenstaande redenen.

Een spectroscopische dubbelster kan waargenomen worden dankzij dopplerverschuiving n de spectra van de sterren. Als het baanvlak echter loodrecht op onze gezichtslijn staat, vertoont de beweging van de sterren geen component langs onze gezichtslijn (radiële snelheid).

20. Welk van volgende reeksen bevat een volledige lijst van parameters die voldoende is om de afstand van een ster te vinden:
a) temperatuur van de ster – schijnbare magnitude – lichtkrachtklasse
b) temperatuur van de ster – schijnbare magnitude – spectraaltype
c) straal van de ster – schijnbare magnitude – massa van de ster
d) lichtkracht van de ster – spectraaltype
e) lichtkrachtklasse – massa van de ster

Om de afstand van een ster te vinden hebben we de schijnbare en de absolute magnitude nodig. De lichtkracht staat rechtstreeks in verband met de absolute magnitude en die kan uit het Hertzsprung-Russell diagram afgelezen worden als we de temperatuur (of het spectraaltype) en de lichtkrachtklasse kennen.

21. De lichtkracht van een protoster van één zonsmassa is veel groter dan de lichtkracht van de Zon.
a) Deze energie ontstaat door de gravitationele samentrekking van de protoster.
b) Deze energie is het gevolg van kernreacties in de kern van de protoster.
c) Deze energie is afkomstig van een nabije ster, waarvan de explosie aanleiding is geweest voor het samentrekken van de wolk waaruit de protoster is ontstaan.
d) Deze energie is afkomstig van de emissie van licht van de geïoniseerde gaswolk waaruit de protoster is gevormd.
e) Geen van bovenstaande uitspraken is correct.

Een protoster is nog geen ster en er zijn nog geen kernreacties aan de gang. De lichtkracht van een protoster is afkomstig van gravitationele samentrekking.

22. Een emissienevel verraadt de aanwezigheid van:
a) interstellair gas en een koele ster.
b) interstellair gas en een hete ster.
c) interstellair gas en interstellair stof.
d) interstellair stof en een koele ster.
e) interstellair stof en een hete ster.

Een emissienevel bestaat uit interstellair gas dat fluoresceert ten gevolge van het ultraviolet licht van een ster in of nabij de nevel.

23. We beschouwen een ster die twee keer de massa heeft van de Zon en honderd keer lichtkrachtiger is. De tijd die dergelijke ster op de hoofdreeks van het Hertzsprung-Russell diagram doorbrengt:
a) is twee keer langer dan bij de Zon.
b) is half zo lang als bij de Zon.
c) is honderd keer langer dan bij de Zon.
d) is een vijfde zo lang als bij de Zon.
e) kan niet uit bovenstaande gegevens afgeleid worden.

De leeftijd van een hoofdreeksster is recht evenredig met de massa M en omgekeerd evenredig met de lichtkracht L ervan. Op basis hiervan komt men tot een leeftijd die M/L = 2/100 = 1/50 van die van de Zon zou zijn. Evenwel: voor een hoofdreeksster geldt ook dat $L = M^{3,5}$ (waarbij M uitgedrukt is in zonsmassa's en L in zonslichtkrachten). Nu is echter100 $\neq 2^{3,5}$, zodat de beschouwde ster geen hoofdreeksster is, en er dus geen besluit kan genomen worden. Men zou ook enkel de massa in ogenschouw kunnen nemen en zo vinden dat $M/L = M/M^{3,5} = 1/M^{2,5} = 1/2^{2,5} \approx 1/5,66$, maar gezien de ster geen hoofdreeksster is, is er ook geen zekerheid over de initiële massa (waarop de massa-lichtkrachrelatie gebaseerd is).

24. In een verafgelegen sterrenstelsel nemen we een ster waar. De ster beweegt op een baan met een periode van 100 miljoen jaar op een afstand van 50 kiloparsec rond het centrum van het sterrenstelsel. Hieruit kunnen we besluiten dat de massa van het sterrenstelsel:
a) minstens 10^{13} zonsmassa's bedraagt.
b) minstens 10^{14} zonsmassa's bedraagt.
c) minstens 10^{11} zonsmassa's bedraagt.
d) minstens 10^{10} zonsmassa's bedraagt.
e) We beschikken niet over voldoende gegevens om iets te kunnen zeggen over de massa van dit sterrenstelsel.

Dit laat zich berekenen aan de hand van de derde wet van Kepler. De gezochte massa in zonsmassa's is dan $(50000 \times 206265)^3 / (10^8)^2 \approx 10^{14}$.

25. De positie van het centrum van ons Melkwegstelsel kan niet afgeleid worden uit stertellingen in de schijf van het Melkwegstelsel:
a) omdat de sterren in het Melkwegstelsel niet tot de schijf behoren.
b) omdat de verdeling van de sterren in de schijf van het Melkwegstelsel niet uniform is.
c) omdat we sterren in de schijf van ons Melkwegstelsel niet kunnen waarnemen (behalve in onze eigen buurt) ten gevolge van de effecten van interstellair stof op sterlicht.
d) omdat het aantal sterren in ons Melkwegstelsel veel te groot is.
e) omdat er geen sterren zijn die zich dicht genoeg bij het centrum van ons Melkwegstelsel bevinden.

Hoewel we weten dat zich een enorm aantal sterren in de schijf van het Melkwegstelsel bevindt, en dat er ook sterren waargenomen zijn zeer dicht bij het centrum van ons Melkwegstelsel, is het toch zo dat interstellaire gas- en stofwolken het zicht belemmeren op de achterliggende sterren.

26. De onzichtbare component in een binair systeem kan ofwel een neutronenster ofwel een zwart gat zijn. Welke methode laat ons toe om hierover uitsluitsel te verkrijgen?
a) De aanwezigheid van röntgenstraling: neutronensterren zenden röntgenstraling uit, terwijl er niets is dat een zwart gat kan verlaten.
b) Het bepalen van de massa aan de hand van de derde wet van Kepler, om na te gaan of de massa van de onzichtbare begeleider groter is dan ongeveer 3 zonsmassa's.
c) Als de onzichtbare component een zwart gat zou zijn, dan zou het licht van de begeleidende ster afbuigen wanneer het het zwart gat bereikt.
d) De onzichtbare component moet zeker een zwart gat zijn, omdat een neutronenster zou kunnen waargenomen worden dankzij de stralingsbundels die worden uitgezonden langs de magnetische as.
e) We zijn momenteel niet in staat om hierover uitsluitsel te verkrijgen.

Röntgenstraling wordt enerzijds ook waargenomen nabij zwarte gaten en anderzijds zijn er neutronensterren met jets die de Aarde niet bereiken. De bovengrens voor de massa van een neutronenster is ongeveer 3,2 zonsmassa's.

27. Een elliptisch sterrenstelsel
a) ziet er roodachtig uit in de kern en blauwachtig in de rest van het stelsel (in het bijzonder langs de armen waar nieuwe sterren gevormd worden).
b) ziet er roodachtig uit omdat de meeste sterren erin zich bevinden in het rode reus stadium.
c) ziet er roodachtig uit omdat de stervorming er lang geleden heeft plaatsgevonden.
d) ziet er blauwachtig uit ten gevolge van de actieve stervorming.
e) Geen van bovenstaande uitspraken is correct.

Een elliptisch stelsel heeft geen spiraalarmen en het grootste gedeelte van het gas en stof is er reeds lang geleden gebruikt. De heldere, jonge (en dus blauwe) sterren zijn er reeds lang van de hoofdreeks weggeëvolueerd en globaal ziet een elliptisch sterrenstelsel er dus roodachtig uit.

28. Welk van volgende uitspraken is geldig voor de wet van Hubble?
a) De verwijderingssnelheid van een sterrenstelsel is omgekeerd evenredig met de afstand van het stelsel.
b) Het bepalen van de afstand van een nabijgelegen sterrenstelsel met de wet van Hubble kan compleet onbetrouwbare resultaten opleveren.
c) De verwijderingssnelheid van een sterrenstelsel op een afstand van 100 miljoen lichtjaar bedraagt ongeveer 1000 km/s.
d) De verhouding tussen de verwijderingssnelheid en de afstand van sterrenstelsel is een natuurconstante, niet zoals de universele gravitatieconstante.
e) De wet van Hubble kan enkel toegepast worden voor sterrenstelsels die ver van ons verwijderd zijn.

Volgens de wet van Hubble is de verwijderingssnelheid van een sterrenstelsel recht evenredig met de afstand ervan. Uiteraard kan de wet op alle sterrenstelsels toegepast worden, maar de snelheid van een sterrenstelsel en een nabije cluster is voor een belangrijk deel het gevolg van bewegingen binnen de cluster zelf. Verder kan de waarde van de Hubble parameter evolueren in de tijd; volgens de actuele waarde ervan zou de verwijderingssnelheid van een sterrenstelsel op een afstand van 100 miljoen lichtjaar zowat 2250 km/s bedragen.

29. Een roodverschuiving z = 5 correspondeert met een verwijderingssnelheid:
a) van 5/6 van de snelheid van het licht.
b) van 84,6 % van de snelheid van het licht.
c) van 5 keer de snelheid van het licht.
d) van 1/5 van de snelheid van het licht.
e) van 35/37 van de snelheid van het licht.

Voor een grote roodverschuiving z moet de formule voor de relativistische roodverschuiving gebruikt worden $z = ((c+v)/(c-v))^{1/2} - 1$, waarbij v de verwijderingssnelheid is en c de snelheid van het licht. Hieruit volgt dat v/c = 35/37.

30. De temperatuur van de kosmische achtergrondstraling:
a) was ongeveer 3 K wanneer die ontstaan is en bedraagt nu ongeveer 3000 K.
b) was ongeveer 3000 K wanneer die ontstaan is en bedraagt nu ongeveer 3 K.
c) was ongeveer 3000 K wanneer die ontstaan is en bedraagt nu ongeveer 3000 K.
d) was ongeveer 3 K wanneer die ontstaan is en bedraagt nu ongeveer 3 K.
e) was ongeveer 1 miljoen K wanneer die ontstaan is en bedraagt nu ongeveer 3000 K.

Ongeveer 380000 jaar na de big bang was het heelal voldoende afgekoeld opdat er neutraal waterstof zou kunnen gevormd worden, bij een temperatuur van ongeveer 3000 K. In dit stadium (bij roodverschuiving 1000) werd het heelal transparant (door interactie van straling met materie). De temperatuur van de kosmische achtergrondstraling die we thans waarnemen bedraagt ongeveer 3 K ten gevolge van de expansie van het heelal.

1.	**A**		**11.**	**C**		**21.**	**A**
2.	**A**		**12.**	**D**		**22.**	**B**
3.	**B**		**13.**	**A**		**23.**	**E**
4.	**C**		**14.**	**B**		**24.**	**B**
5.	**B**		**15.**	**B**		**25.**	**C**
6.	**B**		**16.**	**C**		**26.**	**B**
7.	**A**		**17.**	**D**		**27.**	**C**
8.	**E**		**18.**	**E**		**28.**	**B**
9.	**A**		**19.**	**C**		**29.**	**E**
10.	**B**		**20.**	**A**		**30.**	**B**

Open vragenreeks I: de zonneconstante

Vraag 1.
Het zonlicht valt in op Aarde met een tempo van 1370 W m^{-2} (wanneer de Zon zich in het zenit bevindt). Men noemt dit de zonneconstante en het is dus de fluxdichtheid van de zonnestraling.
a) Zoek de fluxdichtheid op het oppervlak van de Zon, ervan uit gaande dat de schijnbare diameter van de Zon aan de hemel 32’ bedraagt, en de afstand van de Aarde tot de Zon 150 miljoen kilometer bedraagt.

Zij $S_\odot = 1370$ W m^{-2} = de zonneconstante = de fluxdichtheid van de zonnestraling op Aarde
$d_\odot = 150 \cdot 10^9$ m = de afstand van de Aarde tot de Zon
$\alpha_\odot = 16'$ = de schijnbare straal van de Zon aan de hemel
$P_\odot$ = de fluxdichtheid op het oppervlak van de Zon
$R_\odot$ = de werkelijke straal van de Zon
$F_\odot$ = de totale flux van de Zon

Om de totale flux van de Zon te bepalen, moeten we fluxdichtheid van de zonnestraling op Aarde vermenigvuldigen met de oppervlakte van een bol met als straal de afstand van de Aarde tot de Zon, zodat

$$F_\odot = S_\odot \times 4\,\pi\, d_\odot^{\,2}$$

Om de fluxdichtheid op het oppervlak van de Zon te vinden, moeten we dit terug delen door de oppervlakte van een bol met de straal van de Zon:

$$P_\odot = F_\odot / 4\,\pi\, R_\odot^{\,2} = S_\odot \; 4\,\pi\, d_\odot^{\,2} / 4\,\pi\, R_\odot^{\,2} = S_\odot \times d_\odot^{\,2} / R_\odot^{\,2}$$

De straal van de Zon kan berekend worden uit:

$$R_\odot = d_\odot \times \sin \alpha_\odot$$

zodat we dan vinden dat

$$P_\odot = S_\odot / \sin^2\alpha_\odot = 6{,}32 \cdot 10^7 \text{ W m}^{-2}$$

b) Hoeveel vierkante meter zonoppervlak is er nodig om 1000 megawatt te produceren?

Aangezien 1000 megawatt = 10^9 W, is de vereiste oppervlakte van de Zon

$$10^9 \text{ W} / P_\odot = 10^9 \text{ W} / 6{,}32 \cdot 10^7 \text{ W m}^{-2} = 15{,}8 \text{ m}^2$$

Vraag 2.
Sommige theorieën stellen dat de effectieve temperatuur van de Zon 4,5 miljard jaar geleden slechts 5000 K was en dat de straal van de Zon toen 1,02 keer de huidige straal was. Wat zou dan op dat ogenblik de waarde van de zonneconstante geweest zijn? Hierbij mag verondersteld worden dat de baan van de Aarde niet is gewijzigd.

We gaan er hier van uit dat we de Zon als een zwarte straler mogen beschouwen. Als $T_\odot$ de effectieve temperatuur is van de Zon, dan leert de wet van Stefan-Boltzmann dat

$$P_\odot = \sigma\, T_\odot^{\,4}$$

waarbij $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4} de constante van Stefan-Boltzmann (of eerste

stralingsconstante) is.
Op basis van voorgaande berekeningen kunnen we uit de wet van Stefan-Boltzmann meteen afleiden dat de effectieve temperatuur van de Zon

$T_\odot = 5779$ K

Zij nu

$T_v = 5000$ K de vroegere temperatuur van de Zon
$R_v = 1{,}02\ R_\odot$ de vroegere straal van de Zon
$S_v =$ de vroegere zonneconstante

Dan vinden we dat

$$\frac{S_v}{S_\odot} = \frac{F_v / 4\pi d_\odot^2}{F_\odot / 4\pi d_\odot^2} = \frac{F_v}{F_\odot} = \frac{P_v 4\pi R_v^2}{P_\odot 4\pi R_\odot^2} = \frac{\sigma T_v^4 4\pi R_v^2}{\sigma T_\odot^4 4\pi R_\odot^2} = \frac{T_v^4 R_v^2}{T_\odot^4 R_\odot^2} = \frac{T_v^4 (1{,}02 R_\odot)^2}{T_\odot^4 R_\odot^2} = (1{,}02)^2 \frac{T_v^4}{T_\odot^4}$$

zodat

$$S_v = 1{,}0404 \times S_\odot \times \frac{T_v^4}{T_\odot^4}$$

waaruit volgt

$S_v \approx 799\ \mathrm{W\ m^{-2}}$

Vraag 3.
De Aarde ontvangt van de ster Arcturus per minuut en per vierkante meter een hoeveelheid energie van $2{,}68 \cdot 10^{-6}$ joule. De parallax van Arcturus is 0,090”, en de hoekdiameter bedraagt 0,020”.
a) Bereken de straal van Arcturus.

De afstand d van Arcturus in parsec is d = 1/p waarbij p de parallax is uitgedrukt in boogseconden. We vinden dus:

$d = 11{,}1$ parsec ≈ 2291833 astronomische eenheden

De schijnbare straal α van Arcturus aan de hemel is de helft van de hoekdiameter en bedraagt dus $\alpha = 0{,}010$”. Deze werkelijke straal R van Arcturus kan berekend worden door α te vergelijken met de omtrek van een cirkel met straal d: $R = 2\pi d \times 0{,}010 / (360 \times 60 \times 60)$ zodat $R \approx 0{,}11$ astronomische eenheden $\approx 24\ R_\odot \approx 1{,}66 \cdot 10^{10}$ m. Een andere berekeningswijze volgt uit R = d tan α, wat tot hetzelfde resultaat leidt.

b) Bereken de effectieve temperatuur van Arcturus (als zwart lichaam beschouwd).

Zij S = de fluxdichtheid van de straling op Arcturus op Aarde, dan is $S = 2{,}68 \cdot 10^{-6}$ J / 60 s = $4{,}47 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W\ m^{-2}}$.
Zij verder P = de fluxdichtheid op het oppervlak van Arcturus en F de totale flux van Arcturus, dan geldt dat $P = F / 4\pi R^2 = S \times 4\pi d^2 / 4\pi R^2 = S \times d^2 / R^2$ en anderzijds is $P = \sigma T^4$ waaruit dan volgt dat T $\approx$ 4279 K.

Open vragenreeks II: sterrenkundige waarnemingen

Vraag 1.
Bespreek de volgende astronomische waarnemingen:
a) "Het is vandaag 25 december. Het is koud, hier op Spitsbergen. Gelukkig zijn er geen wolken: ik heb de zonsverduistering kunnen observeren."

Dit is onmogelijk. Spitsbergen ligt tussen 76° en 81° noorderbreedte. In december blijft de Zon daar de hele tijd onder de horizon, zodat er geen zonsverduisteringen te zien zijn.

b) "Twee weken geleden werd Aldebaran door de Maan bedekt. Sindsdien heeft de Maan een halve omloop rond de Aarde volbracht en zij is nu in de Schorpioen aangekomen. Vandaag heeft er een bedekking van Antares plaats."

Dit is onmogelijk. Aldebaran en Antares liggen ongeveer 180 graden van elkaar verwijderd aan de hemel, zodat de Maan inderdaad twee weken nodig heeft om van Aldebaran naar Antares te gaan. Maar de twee sterren bevinden zich beide 5° ten zuiden van de ecliptica. Wanneer Aldebaran door de Maan wordt bedekt, staat deze laatste dus 5° ten zuiden van de ecliptica in de Stier. Een halve omloop later, in de Schorpioen, zal de Maan zich dan ten noorden van de ecliptica bevinden, zodat zij Antares onmogelijk kan bedekken.

Vraag 2.
De afstand tussen 2 sterren van een binair systeem bedraagt 200 miljoen kilometer. Het systeem bevindt zich op 20 lichtjaar van ons. Kunnen we de sterren individueel onderscheiden met de Hubble Space Telescope die een resolutie heeft van 0.05 boogseconden?

We kunnen de sterren van een binair systeem individueel onderscheiden wanneer de hoek tussen de sterren groter is dan de hoekresolutie van de Hubble Space Telescope. De hoekresolutie van de HST is gegeven en bedraagt 0.05 boogseconden.
Nu moeten we nog de hoek θ tussen de sterren berekenen en hiervoor gebruiken we de volgende formule:

$$\theta = a \cdot \frac{360°}{2\pi d}$$

met *a* de afstand tussen de twee sterren en *d* de afstand van het systeem ten opzichte van de Aarde. De hoek die uit deze formule volgt heeft als eenheid graden, we moeten deze dus best omzetten naar boogseconden om gemakkelijk met de hoekresolutie van de HST te vergelijken. Hiervoor passen maken we gebruik van de eigenschap dat 1° overeenkomt met 3600":

$$\theta = a \cdot \frac{360°}{2\pi d} \cdot \frac{3600}{1°}$$

Daarbij moeten we er wel op letten dat *a* en *d* in dezelfde eenheden uitgedrukt zijn:

$a = 200$ miljoen km $= 2 \cdot 10^8$ km
$d = 20$ lichtjaar $= d = 1{,}892 \cdot 10^{14}$ km (gezien 1 lichtjaar $= 9{,}461 \cdot 10^{12}$ km)

Wanneer we nu alle nodige waarden in de formule steken krijgen we als resulaat dat de hoek θ gelijk is aan 0,218”. De hoekresolutie van de HST is kleiner dus deze sterren zullen door deze telescoop als gescheiden kunnen gezien worden.

Vraag 3.
Bepaal voor elk van de volgende problemen welk type observatie nodig is (imaging, spectroscopie, timing). Leg duidelijk uit.
a) Het bestuderen van hoe de bovenatmosfeer van een ster verandert in de tijd.

Om te bestuderen hoe de bovenatmosfeer van een ster verandert in de tijd zullen we timing observaties gebruiken. Bij zulke observaties wordt er op geregelde tijdstippen een opname gemaakt van de ster waarbij de helderheid en andere eigenschappen van sterren in de loop van de tijd bekeken kunnen worden.

b) Het bestuderen van de samenstelling van een verafgelegen ster.

Voor het bestuderen van de samenstelling van een verafgelegen ster zullen we spectroscopische observaties gebruiken. Bij spectroscopische observaties wordt het licht gesplitst in verschillende golflengtes. Uit de absorptielijnen in dit spectrum kunnen we te weten komen welke chemische elementen aanwezig zijn in deze sterren.

c) Het bepalen hoe snel een verafgelegen sterrenstelsel van de Aarde weg beweegt.

Voor het bepalen van hoe snel een verafgelegen sterrenstelsel van de Aarde weg beweegt, zullen we ook spectroscopische observaties gebruiken. Hiervoor kunnen we in elk geval geen timing metingen doen. Al zouden we gans ons leven naar het sterrenstelsel kijken, we zouden het nog niet zien bewegen. Maar aan de hand van het spectrum kan bepaald worden of een sterrenstelsel naar ons toe komt of van ons weg beweegt en hoe snel (meer bepaald door het dopplereffect).

Open vragenreeks III: exoplaneten

Vraag 1.
Stel, er wordt een nieuwe planeet ontdekt die rond een ster draait die dezelfde massa heeft als onze Zon. De planeet draait rond de ster in 3 maanden. Wat is de gemiddelde afstand van die nieuwe planeet tot haar centrale ster?

Om deze vraag op te lossen gaan we er van uit dat de planeet op een ellipsbaan rond zijn ster draait met die ster in één van de brandpunten van die ellips. Vervolgens gebruiken we de derde wet van Kepler: $P^2 = a^3$, met P de periode in jaren (= de tijd om één keer de volledige ellips af te leggen) en a de gemiddelde afstand tot de ster in astronomische eenheden. De periode van de planeet is 3 maand wat ongeveer overeenkomt met 0,25 jaar.
We willen dus a berekenen en we doen dit als volgt:

$$a = \sqrt[3]{P^2} = \sqrt[3]{(0{,}25)^2} = 0{,}40$$

De gemiddelde afstand van de planeet tot de ster is 0.40 astronomische eenheden. Het omzetten van astronomische eenheden naar kilometer zorgt er niet voor dat we dit resultaat beter kunnen interpreteren. Het is wel interessant om op te merken dat deze afstand ongeveer overeenkomt met de afstand van de planeet Mercurius tot onze Zon (gemiddelde afstand Mercurius-Zon is 0.387 astronomische eenheden).

Vraag 2.
Dopplermetingen tonen aan dat de planeet die rond de ster 51 Pegasi draait een rotatieperiode heeft van 4,23 dagen en dat de massa van 51 Pegasi 1,06 keer de massa van de Zon bedraagt.
a) Hoe ver draait de planeet van zijn ster?

De derde wet van Kepler die we daarnet gezien hebben, werkt perfect in ons eigen zonnestelsel. Wanneer we iets nauwkeuriger willen werken, kunnen we beter de Newtoniaanse versie van de derde wet van Kepler beschouwen:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(M_{ster} + M_{planeet})} a^3$$

met P opnieuw de periode en a de gemiddelde afstand. G is de universele gravitatieconstante (of constante van Cavendish) en de waarde ervan is $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ m^3/(kg·s^2). M_{ster} en $M_{planeet}$ stellen de massa van de ster en de massa van de planeet voor. Deze laatste massa is zo klein dat de som van beide weinig zal verschillen van de massa van de ster, we kunnen dan ook $(M_{ster} + M_{planeet})$ vervangen door M_{ster}:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{GM_{ster}} a^3$$

zodat $$a = \sqrt[3]{\frac{GM_{ster}}{4\pi^2} P^2}$$

De meeste praktische werkwijze bestaat erin om alle waarden van grootheden om te rekenen naar SI eenheden:

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ m³/(kg·s²)
$M_{ster} = 1{,}06\ M_\odot = 1{,}06 \cdot (1{,}98892 \cdot 10^{30}$ kg$) = 2{,}11 \cdot 10^{30}$ kg
$P = 4{,}23$ dagen $= 4{,}23 \cdot 24 \cdot 3600$ seconden $= 3{,}65 \cdot 10^5$ seconden

Wanneer we deze waarden correct invullen, krijgen we voor de gemiddelde afstand tussen ster en planeet a = $7{,}81 \cdot 10^9$ meter of 52,2 astronomische eenheden.

b) Maak een schatting van de massa van de planeet die rond 51 Pegasi draait.

Om een schatting te maken van de massa van de planeet gebruiken we de wet van behoud van momentum (draaimoment). De ster en planeet draaien rond hun massamiddelpunt en hun momenta zullen even groot zijn en in tegengestelde zin gericht zijn. Het momentum kunnen we berekenen door de massa te vermenigvuldigen met de snelheid. Dus behoud van momentum komt neer op: $M_{ster} \cdot v_{ster} = M_{planeet} \cdot v_{planeet}$. Gegeven is de massa van de ster en normaal gezien ook de snelheid van de ster (57 m/s). Dus hebben we enkel nog de snelheid van de planeet nodig: wanneer de planeet één keer de ellips volledig doorloopt, heeft hij een afstand $2\pi a$ afgelegd, de tijd die hij daarover gedaan heeft, kennen we ook (P), dus kunnen we ook de gemiddelde snelheid berekenen waarmee hij bewogen heeft:

$$v_{planeet} = \frac{2\pi a}{P}$$

waaruit volgt dat $$M_{planeet} = \frac{M_{ster} v_{ster} P}{2\pi a}$$

Alle gegevens zijn nu gekend en wanneer we deze in de formules steken bekomen we voor de massa van de planeet een schatting van $9 \cdot 10^{26}$ kg, dit komt ongeveer overeen met 0.47 keer de massa van Jupiter.

Vraag 3.

De ster HD209458 heeft een straal die 1,15 keer de straal van de Zon bedraagt en de planeet blokkeert 1,7 % van het sterlicht tijdens de transit. Wat is de straal van de planeet die rond de ster HD209458 draait?

Voor deze vraag hebben we de invloed op de helderheid van een ster gegeven wanneer een planeet wel of niet een deel van zijn licht blokkeert. Als we veronderstellen dat het sterlicht uniform verdeeld is over de sterschijf dan kunnen we de afname van de helderheid interpreteren als volgt:

$$fractie_{geblokkeerd} = \frac{oppervlakte_{planeetschijf}}{oppervlakte_{sterschijf}} = \frac{\pi r^2_{planeet}}{\pi r^2_{ster}} = \frac{r^2_{planeet}}{r^2_{ster}}$$

zodat $$r_{planeet} = r_{ster}\sqrt{fractie_{geblokkeerd}}$$

Aangezien $r_{ster} = 1{,}15 \cdot r_{zon} = 1{,}15 \cdot 695500$ km $= 799825$ km

Uit de formule volgt dan dat de straal van de planeet 104284 km is. Dit komt ongeveer overeen met 1.4 keer de straal van Jupiter.

Open vragenreeks IV: dubbelsterren

Vraag 1.
Stel je voor dat je naar een dubbelster kijkt met een absolute magnitude $M_V = 0{,}6$ en een schijnbare magnitude van $m_V = 0{,}0$. De dubbelster bestaat uit een jonge hoofdreeksster van spectraal type A0 V, en een witte dwerg. De inclinatie van het systeem is 90 graden, de Aarde ligt met andere woorden in het vlak waarin de twee sterren om elkaar heen draaien. Een direct gevolg hiervan is dat de dubbelster een eclipserende dubbelster is. De witte dwerg heeft een massa van 0,2 zonsmassa's en een straal van 25000 km. Het typevoorbeeld van een A0 V ster is Wega, je kan voor de hoofdreeksster dus de massa, straal, effectieve temperatuur, ... van Wega gebruiken als je deze nodig zou hebben.
a) Als je weet dat de snelheid van de hoofdreeksster in haar (cirkelvormige) baan 15 km/s is, en dat de sterren 15 zonsstralen uit elkaar staan, hoe lang is dan de tijd tussen twee opeenvolgende eclipsen van de witte dwerg?

Er zijn twee manieren om dit probleem op te lossen. De eerste manier is door gebruik te maken van de derde wet van Kepler:

$$P = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{(M_1 + M_2)\,G}}$$

waarin a de afstand tussen de twee sterren voorstelt, M_1 en M_2 de massa's van de sterren, G de gravitatieconstante en P de orbitale periode, die meteen ook gelijk is aan de tijd tussen twee eclipsen van de witte dwerg. De massa van de witte dwerg en de afstand tussen de twee sterren zijn gegeven. Voor de massa van de hoofdreeksster gebruiken we massa van Wega, $M_2 = 2{,}1\ M_\odot$ ($M_\odot$ is de massa van de zon). Als we de vergelijking invullen krijgen we het volgende ($R_\odot$ is de straal van de zon):

$$P = \sqrt{\frac{4\pi^2\cdot(15R_\odot)^3}{(0.2M_\odot + 2.1M_\odot)\,G}} = \sqrt{\frac{4\cdot 3.1415^2\cdot(15\cdot 6.96\ 10^8\,\mathrm{m})^3}{(2.3\cdot 1.99\ 10^{30}\,\mathrm{kg})\,6.67\ 10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}}} = 3.83\ 10^5\,\mathrm{s} = 4.4\,\mathrm{d.}$$

De tweede manier om de oplossing te vinden, is door gebruik te maken van het extra gegeven dat de snelheid van de hoofdreeksster in haar cirkelvormige baan $v = 15$ km/s is. De afstand van de sterren tot het gemeenschappelijke massamiddelpunt van de twee sterren, is omgekeerd evenredig met de massa van de sterren. Noemen we a_1 de afstand van de hoofdreeksster tot het massamiddelpunt, en a_2 de afstand van de witte dwerg tot het massamiddelpunt, dan vinden we: $a_1 / a_2 = M_2 / M_1$. Daarenboven weten we dat a_1 en a_2 samen gelijk moeten zijn aan de afstand tussen de sterren, met andere woorden $a_1+a_2 = a = 15R_\odot$. Combineren we deze twee vergelijkingen, dan vinden we de straal van de cirkelvormige baan die de hoofdreeksster beschrijft rond het massamiddelpunt van de dubbelster:

$$\frac{M_1}{M_2}a_1 = a_2 = a - a_1$$

$$\left(\frac{M_1}{M_2} + 1\right)a_1 = a$$

$$a_1 = \frac{a}{\left(\frac{M_1}{M_2}+1\right)} = \frac{15R_\odot}{\frac{2.1M_\odot}{0.2M_\odot}+1} = \frac{15}{11.5}R_\odot = 9.07\ 10^8\,\mathrm{m}$$

De omtrek van de baan kunnen we dan berekenen als de omtrek van een cirkel met straal a_1. Delen we die omtrek door de snelheid v, dan weten we hoe lang de hoofdreeksster er over doet om één omwenteling af te werken:

$$P = \frac{2\pi a_1}{v} = \frac{2\cdot 3.14\cdot 9.07\ 10^8\,\mathrm{m}}{1.5\ 10^4\,\mathrm{m/s}} = 3.80\ 10^5\,\mathrm{s} = 4.4\,\mathrm{d}.$$

Merk op dat de formules die in beide gevallen gebruikt werden, enkel geldig zijn wanneer de baan cirkelvormig is en wanneer de inclinatie van het systeem 90 graden is, zoals vermeld in de opgave van deze vraag.

b) Schat hoeveel donkerder (percentage) de hoofdreeksster vanop Aarde te zien is, wanneer deze geëclipseerd wordt door de witte dwerg.

Aangezien de afstand tot de dubbelster heel groot is in vergelijking met de afstand tussen de twee sterren van de dubbelster, kan je het percentage van het licht dat onderschept wordt door de witte dwerg afschatten als de verhouding van de zichtbare (geprojecteerde) oppervlakte van de witte dwerg tot die van de hoofdreeksster. Het is dus alsof je een grote schijf deels bedekt door er een kleine schijf op te leggen. Vergelijken met Wega leert ons dat de straal van de hoofdreeksster gelijk is aan $R_1 = 2{,}26\ R_\odot = 1{,}57\cdot10^9$ m. De straal van de witte dwerg is gegeven in de vraag: $R_2 = 25000$ km. De verhouding van de lichtflux die de aarde niet meer bereikt tijdens eclips (ΔF) tot de totale lichtflux van de hoofdreeksster (F) is bijgevolg:

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{\pi R_2^2}{\pi R_1^2} = \frac{(2.50\ 10^7\,\mathrm{m})^2}{(1.57\ 10^9\,\mathrm{m})^2} = 0.00025.$$

Tijdens het eclips door de witte dwerg nemen we dus 0,025% minder licht waar van de hoofdreeksster.

Vraag 2.

Doe dezelfde oefening met, in plaats van de witte dwerg, een planeet zoals Neptunus in een cirkelvormige baan met straal 65 astronomische eenheden rond de ster.

a)

Neptunus heeft een massa van $M_N = 1{,}02\cdot10^{26}$ kg. De straal van de baan is 65 astronomische eenheden, wat overeenkomt net $a = 65 \cdot 1{,}50\cdot10^{11}$ m $= 9{,}75\cdot10^{12}$ m. Merk op dat de afstand van de planeet tot het massamiddelpunt van het systeem bij benadering gelijk is aan de afstand tussen de planeet en de ster, omdat de massa van de ster bijna 100000 keer groter is dan die van de planeet. De nieuwe snelheid van de hoofdreeksster op haar baan is niet gegeven. We kunnen dus enkel de eerste oplossingsstrategie van Vraag 1a gebruiken. Vullen we de derde wet van Kepler opnieuw in, met gewijzigde a en met M_N in plaats van M_2, dan vinden we een periode van $1{,}1 \cdot 10^{10}$ seconde of ongeveer 360 jaar.

b)
Neptunus heeft een straal van $R_N = 2{,}47 \cdot 10^7$m. Deze is bijna gelijk aan de straal van de witte dwerg uit Vraag 1b. De witte dwerg vervangen door een planeet met de grootte van de Neptunus heeft dus een verwaarloosbaar effect op de hoeveelheid licht die er tegengehouden wordt tijdens de transit van de planeet in vergelijking met het eclips door de witte dwerg. We vinden in dit geval, na afronding, opnieuw een verschil van 1.6%. Als onderzoekers enkel informatie hebben over de vermindering van de lichtflux van een ster door een transit van een kandidaat-planeet, is het bijgevolg niet duidelijk of het gaat om een planeet of een witte dwerg. Dit verklaart waarom sommige planeten die door bijvoorbeeld de Kepler satelliet gedetecteerd worden, achteraf witte dwergen blijken te zijn. Er zijn momenteel ongeveer 1200 kandidaat-planeten gevonden door Kepler, maar van slechts 15 is men nu reeds zeker dat het om een planeet gaat. De bevestiging komt meestal van waarnemingen van de snelheid van de ster, die van de orde van tientallen kilometers per seconde is als het gaat om een witte dwerg (zie Vraag 1) en typisch tientallen tot honderden meters per seconde bedraagt in het geval van een planeet.

Vraag 3.
Een studente sterrenkunde bepaalt de rotatiesnelheid van de hoofdreeksster en vindt dat deze 300 km/s bedraagt. Haar professor zegt dat dit niet kan, want dat de ster bij een dergelijke snelheid uit elkaar zou vliegen. Wie heeft gelijk?

De deeltjes op de evenaar van een roterende ster, bewegen op een cirkel met als straal de straal van de ster, en aan een bepaalde snelheid die afhankelijk is van de rotatiesnelheid van de ster. Opdat de deze deeltjes aan de ster gebonden zouden blijven, moet de zwaartekracht op deze deeltjes minstens zo groot zijn als de centripetale kracht die nodig is om de deeltjes in hun baan te laten bewegen. De grootte van deze centripetale kracht is $F_{cp} = m\omega^2 R$, waarbij ω de hoeksnelheid is waaraan de ster roteert, R de afstand tot de rotatie-as en m de massa van het deeltje. De zwaartekracht op een deeltje met massa m is gelijk aan $F_z = mMG / R_2$, met M de totale massa van de ster en G de gravitatieconstante. We kunnen de voorwaarde nu als volgt herschrijven:

$$F_{cp} \le F_z$$

$$m\omega^2 R \le \frac{mMG}{R^2}$$

$$\omega^2 R \le \frac{MG}{R^2}$$

$$\omega^2 \le \frac{MG}{R^3}$$

$$\omega \le \sqrt{\frac{MG}{R^3}}$$

De rotatiesnelheid aan de evenaar is $v_r = \omega R$. We vinden zo een bovengrens voor de rotatiesnelheid:

$$v_r \le \sqrt{\frac{MG}{R}}.$$

Als we de massa en straal van Wega invullen, alsook de gravitatieconstante, dan krijgen we:

$$v_r \leq \sqrt{\frac{2.1 \cdot 1.99\ 10^{30}\,\mathrm{kg} \cdot 6.67\ 10^{-11}\,\mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}}{2.26 \cdot 6.96\ 10^{8}\,\mathrm{m}}} = 421\ 10^3\,\mathrm{m/s}.$$

De gemeten snelheid is slechts $300 \cdot 10^3$ m/s. Er is dus aan de voorwaarde voldaan, de buitenste deeltjes blijven bij de ster. De studente had het bij het rechte eind.

Vraag 4.
Het licht dat je ziet van de dubbelster, is hoofdzakelijk afkomstig van de hoofdreeksster. Neem, om het gemakkelijker te maken, even aan dat de witte dwerg helemaal niet straalt.
a) Hoeveel kleiner of groter zou de energie die de ster uitstraalt moeten zijn opdat de schijnbare magnitude niet $m_V = 0{,}0$ maar $m_V = 2{,}0$ zou zijn?

De schijnbare magnitude van een ster is:

$$m_V = -2.5 \log_{10}\left(\frac{F_V}{F_V^0}\right)$$

waarbij F_V de waargenomen flux is en F^0_V de referentieflux die overeenkomt met magnitude 0. Uit deze formule vinden we dat

$$10^{\frac{m_V}{-2.5}} = \frac{F_V}{F_V^0}$$

en bijgevolg, als $m_V = 0$, dan is de waargenomen flux $F_V = F^0_V$. Indien $m_V = +2$, dan is $F_V = 0{,}16\ F^0_V$. We ontvangen dus 84% minder licht van een ster met schijnbare magnitude 2 dan van een ster met schijnbare magnitude 0. De uitgezonden energie is dus ook 84% lager.

b) Bereken de afstand (in lichtjaar) waarop de ster staat als ze een schijnbare magnitude van 0,0 en een absolute magnitude van 0,6 heeft. Hoeveel dichter bij of verder van de Aarde zou diezelfde ster moeten staan om (met dezelfde uitgestraalde energie) een schijnbare magnitude van 2,0 te hebben?

Het verschil tussen de schijnbare magnitude (m_V) en de absolute magnitude (M_V) hangt af van de afstand tot de ster:

$$m_V - M_V = -5 + 5 \log_{10} d$$

waarbij d de afstand in parsec is. Als de schijnbare magnitude 0 is, en de absolute magnitude 0.6, dan is de afstand:

$$d_1 = 10^{\frac{m_V - M_V + 5}{5}} = 10^{\frac{0.0 - 0.6 + 5}{5}} = 7.6 \text{ parsec}.$$

Als een ster dezelfde energie uitstraalt (en dus dezelfde absolute magnitude heeft) maar toch een schijnbare magnitude van 2.0 heeft, dan staat ze op een afstand:

$$d_1 = 10^{\frac{2.0 - 0.6 + 5}{5}} = 19.1 \text{ parsec},$$

ofwel, 11.5 parsec verder weg.

Open vragenreeks V: sterrenstelsels

Vraag 1.
Neem aan dat een nova een grootste helderheid bereikt gelijk aan 25000 maal deze van de Zon (op dezelfde afstand bekeken uiteraard). In het Andromedastelsel M31 bereikt een nova bij maximum een schijnbare magnitude van +18,1. Gegeven is verder de schijnbare magnitude van de Zon (–26,86) en de parallax van de Zon (206265”). Gevraagd wordt de afstand te bepalen van M31.

Gegeven zijn:

$L = 25000\ L_\odot$ waarbij L de lichtkracht van de nova is en $L_\odot$ die van de Zon
$m = +18{,}1$ de schijnbare magnitude van de nova
$m_\odot = -26{,}86$ de schijnbare magnitude van de Zon
$p_\odot = 206265''$ de parallax van de Zon

Gevraagd is:

d_1 = de afstand van de nova (of bij uitbreiding de afstand van het Andromedastelsel)

Oplossing:
We berekenen eerst de absolute magnitude $M_\odot$ van de Zon:

$$M_\odot = m_\odot + 5 + 5 \log p_\odot = 4{,}71$$

Uit $\dfrac{L}{L_\odot} = \left(\sqrt[5]{100}\right)^{M_\odot - M}$ volgt dan dat

$$M = M_\odot - 2{,}5 \log(L/L_\odot) = 2{,}71 - 2{,}5 \log 25000 = -6{,}28$$

Ten slotte is $d_1 = 10^{\frac{m-M+5}{5}} = 10^{\frac{+18,1+6,28+5}{5}}$ zodat

$$d_1 \approx 752566 \text{ parsec} \approx 2453364 \text{ lichtjaar}$$

Vraag 2.
Het sterrenstelsel NGC772 is een Sb spiraalstelsel, dat goed vergelijkbaar is met het Andromedastelsel M31. De hoekdiameter van NGC772 bedraagt 7' en de schijnbare magnitude van het stelsel is 12. Voor M31 bedraagt de hoekdiameter 3° en is de schijnbare magnitude 5. Bereken de afstand van het sterrenstelsel NGC772:

Zij

$\alpha_1 = 3° = 180'$ de hoekdiameter van M31
$\alpha_2 = 7'$ de hoekdiameter van NGC772
$m_1 = 5$ de schijnbare magnitude van M31
$m_2 = 12$ de schijnbare magnitude van NGC772
d_1 = de afstand van M31
d_2 = de afstand van NGC772
A_1 = de ruimtelijke diameter van M31
A_2 = de ruimtelijke diameter van NGC772
M_1 = de absolute magnitude van M31
M_2 = de absolute magnitude van NGC772

a) in de veronderstelling dat NGC772 en M31 in werkelijkheid even groot zijn.

Hier veronderstellen we dat $A_1 = A_2$.
In dat geval is $d_2 / d_1 = \alpha_1 / \alpha_2 = 180' / 7' = 25{,}71$
Uit vraag 1 weten we dat $d_1 \approx 752566$ parsec zodat dan

$$d_2 = d_1 \times \alpha_1 / \alpha_2 \approx 19351691 \text{ parsec} \approx 63086514 \text{ lichtjaar}$$

b) in de veronderstelling dat NGC772 en M31 in werkelijkheid dezelfde lichtkracht hebben.

Hier veronderstellen we dat $M_1 = M_2$.
Nu is $M_1 = m_1 + 5 - 5 \log d_1$
en $M_2 = m_2 + 5 - 5 \log d_2$
waaruit volgt dat

$$m_1 + 5 - 5 \log d_1 = m_2 + 5 - 5 \log d_2$$

We vinden vervolgens

$$m_2 - m_1 = 5 \log d_2 - 5 \log d_1 = 5 \log(d_2/d_1)$$

waaruit volgt dat

Ten slotte is $\dfrac{d_2}{d_1} = 10^{\frac{m_2 - m_1}{5}} = 10^{\frac{12-5}{5}}$ zodat $d_2 / d_1 = 25{,}12$

Uit vraag 1 weten we dat $d_1 \approx 752566$ parsec zodat dan

$$d_2 = 18903598 \text{ parsec} \approx 61625728 \text{ lichtjaar}$$

Open vragenreeks VI: initial mass function

Vraag 1.
a) Zoek op en leg uit wat het begrip “initial mass function” (IMF) betekent.
b) Beredeneer waardoor de onder- en bovengrens van een IMF logischerwijs bepaald worden. Geef de fysische betekenis en oorzaak van de waarden die men hiervoor meestal neemt.

De initial mass function of IMF is de functie die de distributie van de initiële massa van sterren weergeeft. De IMF geeft met andere woorden weer wat de kans is dat een willekeurige ster geboren wordt met een zekere massa. De IMF neemt de vorm aan van een machtsfunctie, dit wil zeggen een functie van de vorm $\xi(M) = aM^b$. Aangezien het vaststaat dat zware sterren zeldzamer zijn dan lichte sterren geldt dat $b<0$. Omdat de IMF een empirisch bepaald gegeven is, bestaan er verschillende vormen voor, sommigen met verschillende machtsfuncties in verschillende massabereiken. De IMF kan ook afhankelijk zijn van de plaats in het universum en van allerlei parameters, zoals de aanwezigheid van zware elementen. De onder- en bovengrens van de IMF worden bepaald door de minimale en maximale massa die een ster bij geboorte kan hebben. De ondergrens van de massa een ster is de minimale massa waarbij een gravitationeel samen-trekkende gasbol in haar centrum aan kernfusie zal beginnen te doen. Objecten met een lagere massa zullen zogenaamde bruine dwergen worden. Deze ondergrens ligt op ongeveer 0.08 $M_\odot$. De bovengrens is minder gemakkelijk vast te leggen. De maximale massa van een ster wordt bepaald door het feit dat hoe zwaarder een ster is, hoe groter haar lichtkracht. Wanneer deze te groot wordt (de zogenaamde Eddington-lichtkracht overschrijdt) zal de ster zichzelf met haar fotonendruk opblazen. Algemeen wordt aangenomen dat sterren bij hun geboorte maximaal een massa van 100 tot 120 $M_\odot$ kunnen hebben. Het is echter wel mogelijk dat sterren in de loop van hun leven door dynamische processen samensmelten tot veel massievere objecten. Aangezien dat de vorm van de IMF maakt dat massieve sterren erg zeldzaam zijn, heeft de aanname wat betreft de bovengrens echter weinig belang: wiskundig zal er weinig verschil zijn tussen een IMF met bovengrens 100, 120 of zelfs $\propto$ $M_\odot$. Wanneer de IMF geïntegreerd wordt van een onder- tot bovengrens bekomt men dus de kans dat een willekeurige gevormde ster een massa heeft die tussen deze twee waarden ligt. Wanneer men integreert van de minimale tot maximale mogelijke massa die een ster kan hebben, moet deze kans dus 1 bedragen. Ook nuttig is dat wanneer men de IMF met M vermenigvuldigt en dan integreert (dus aM^{b+1}), men de totale gevormde massa aan sterren bekomt. De IMF wordt dan ook vaak op deze manier weergegeven.

Vraag 2.
Aangezien de IMF een empirisch bepaald gegeven is, ligt deze niet met zekerheid vast. Ze kan zelfs van plaats tot plaats in een sterrenstelsel verschillen. De meest gebruikte IMF’s zijn die van Salpeter, Scalo en Kroupa, die respectievelijk als volgt gedefinieerd zijn (waarin ~ het evenredigheidsteken is en de massa M uitgedrukt is in zonsmassa’s $M_\odot$):

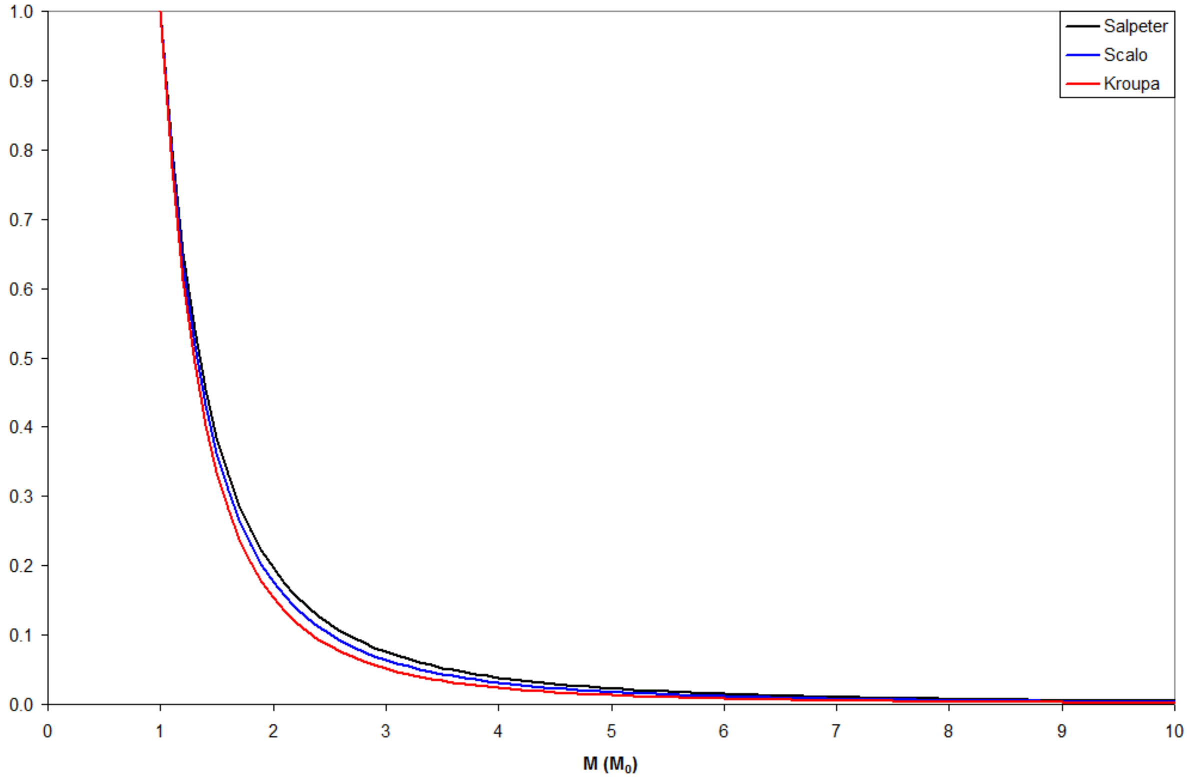
$$\xi_{Salpeter}(M) \sim M^{-2,35}$$

$$\xi_{Scalor}(M) \sim \begin{cases} M^{-1,4} (M < 1,0) \\ M^{-2,5} (1,0 \leq M) \end{cases}$$

$$\xi_{Kroupa}(M) \sim \begin{cases} M^{-1,3} (M < 0,5) \\ M^{-2,2} (0,5 \leq M < 1,0) \\ M^{-2,7} (1,0 \leq M) \end{cases}$$

Voor elk van deze drie IMF's:
a) Maak met behulp van een spreadsheet-programma een grafiek van de evolutie van de IMF in het massabereik van 1 tot 10 $M_\odot$.

Dit is het verloop van de drie vermelde IMFs in het bereik 1 tot 10 $M_\odot$, met willekeurige eenheden op de verticale as.



b) Bepaal hoeveel procent van de sterren in dit massabereik zwaarder zijn dan 5 $M_\odot$.

Deze waarden worden (in de drie gevallen op exact dezelfde manier) bekomen door het quotiënt (de eventuele evenredigheidsfactor valt dus weg) te nemen van de integraal van de IMF in het betreffende interval (5 tot 10 $M_\odot$) en die van het ganse interval (1 tot 10 $M_\odot$):

Salpeter: $\dfrac{\int_5^{10} M^{-2,35}}{\int_1^{10} M^{-2,35}} = \dfrac{\left.\dfrac{M^{-1,35}}{-1,35}\right]_5^{10}}{\left.\dfrac{M^{-1,35}}{-1,35}\right]_1^{10}} = 7,24\%$

Scalo: 5,97%
Kroupa: 4,58%

c) Bereken hoeveel sterren er zijn met een massa van 8 $M_\odot$ per ster van 1 $M_\odot$.

Deze waarden worden (opnieuw telkens analoog) bekomen door de waarde van de IMF in M = 8 $M_\odot$ te delen door die in M = 1 $M_\odot$. Opnieuw wordt de eventuele evenredigheidsfactor dus weggedeeld:

Salpeter: $\dfrac{8^{-2,35}}{1^{-2,35}} = 0,00755$

Scalo: 0,00552
Kroupa: 0,00364

Vraag 3.
Om bovenstaande definities te kunnen gebruiken als een gelijkheid in plaats van een evenredigheid, moet men een proces toepassen dat normalisatie genoemd wordt. Hierbij vertrekt men van het feit dat 100 % van alle sterren moet geboren worden met een massa tussen de onder- en bovengrens beredeneerd in vraag 1. Met andere woorden, wanneer de IMF geïntegreerd wordt van deze onder- tot deze bovengrens, moet het numerieke resultaat van de integratie 1 zijn. Bovendien veronderstelt men meestal dat de IMF een continue functie moet zijn.
Bepaal op die manier de evenredigheidsfactoren in de Kroupa IMF, dit wil zeggen bepaal de parameters a, b en c in volgend stelsel:

$$\xi_{Kroupa}(M) \sim \begin{cases} aM^{-1,3} (M < 0,5) \\ bM^{-2,2} (0,5 \le M < 1,0) \\ cM^{-2,7} (1,0 \le M) \end{cases}$$

Combinatie van de eis dat de IMF geïntegreerd van 0,08 $M_\odot$ tot 120 $M_\odot$ (of voor de algemeenheid, oneindig) 1 levert, en de eis dat de IMF in beide overgangspunten (M = 0,5 en 1 $M_\odot$) continu is, levert volgend stelsel van drie vergelijkingen:

$$\int_{0,08}^{\infty} \xi(M) = a\int_{0,08}^{0,5} M^{-1,3} + b\int_{0,5}^{1} M^{-2,2} + c\int_{1}^{\infty} M^{-2,7} = 1$$

$$a\,0,5^{-1,3} = b\,0,5^{-2,2} \Rightarrow a = 1,87b$$

$$b1^{-2,2} = c1^{-2,7} \Rightarrow b = c$$

Uitrekenen van de integraal levert voor de eerste vergelijking:

$$a\left.\frac{M^{-0,3}}{-0,3}\right|_{0,08}^{0,5}+b\left.\frac{M^{-1,2}}{-1,2}\right|_{0,5}^{1}+c\left.\frac{M^{-1,7}}{-1,7}\right|_{1}^{\infty}=1$$

Invoeren van de tweede en derde vergelijking in de eerste, en wiskundige uitwerking, levert:

$3{,}01a + 1{,}08b + 0{,}588c = 1$

en vervolgens

$$\begin{cases} a = 0{,}256 \\ b = 0{,}137 \\ c = 0{,}137 \end{cases}$$

Vraag 4. In een dubbelster met twee componenten worden niet één maar twee sterren met een bepaalde massa gevormd. De meest eenvoudige veronderstellingen die je hier kan maken zijn:

- de massa van beide componenten wordt elk afzonderlijk bepaald door de IMF, onafhankelijk van elkaar.
- de totale massa van beide sterren samen wordt bepaald door de IMF. Hoe deze onderling verdeeld wordt is random (wel rekening houdend met de fysische beperking uit vraag 1 b).

Bereken of beredeneer (het meest exact kan dit door het gemiddelde te berekenen in integraalvorm, maar het mag ook eenvoudiger) welke van de beide methoden voor volgende grootheden de hoogste waarde geeft in het massabereik 1 tot 10 $M_\odot$:

a) de gemiddelde totale systeemmassa;

b) de gemiddelde massaverhouding (dit is de massa van de lichtste ster gedeeld door de massa van de zwaarste ster van een dubbelstersysteem).

Zoals gesteld in de opgave is dit een vraag die vele mogelijke oplossingsmethoden heeft, en bestaat er dus niet één standaardoplossing. De vraag kon opgelost worden door eenvoudige redenering, numerieke integratie, met behulp van een rekenblad, of zelfs door een kleine computersimulatie. Een meer gecompliceerde versie van dit laatste, namelijk een professionele dubbelsterevolutiecode, levert volgende resultaten voor een Kroupa-IMF met sterren tussen de 0,08 en 120 $M_\odot$ (de conclusies bij eender welke IMF tussen 1 en 10 $M_\odot$ zijn dezelfde): wanneer de massa's van beide sterren onafhankelijk van elkaar bepaald worden uit de IMF bekomt men een gemiddelde systeemmassa van 0,447 $M_\odot$ en een gemiddelde massaverhouding van 0,629. Wanneer de totale systeemmassa uit de IMF bepaald wordt en dan random verdeeld onder de twee sterren (rekening houdend met de fysische beperkingen hierop) bekomt men een gemiddelde systeemmassa van 0,823 $M_\odot$ en een gemiddelde massaverhouding van 0,595.

De conclusie is dus enerzijds dat een hogere totale systeemmassa bekomen wordt wanneer de totale systeemmassa uit de IMF bepaald wordt dan wanneer beiden onafhankelijk van elkaar hieruit bepaald worden. Dit kon/kan ook als volgt beredeneerd worden: eerst en vooral moet er rekening mee gehouden worden dat in beide gevallen de voorfactor in de IMF verschillend zal zijn. Wanneer we veronderstellen dat een ster geboren kan worden met een massa tussen 0,08 en 120 $M_\odot$ betekent dit dus dat de totale systeemmassa kan liggen tussen 0,16 en 240 $M_\odot$. Hieruit volgt dat de IMF-voorfactor daarom groter moet zijn wanneer de massa van beide sterren samen uit de IMF bepaald wordt. Wanneer nu aldus de totale systeemmassa bepaald wordt uit de IMF, is er een bepaalde kans om een systeem met een zekere hoge massa, laat ons zeggen 8 $M_\odot$, te bekomen. In het andere geval is de kans dat dezelfde totale massa bekomen wordt gelijk aan de som van de kans op alle mogelijke combinaties van twee massa's die tesamen 8 $M_\odot$ geven. Deze kans is gelijk aan het product van de kans op een primaire (zwaarste ster) tussen 4 en 8 $M_\odot$ en de kans op de secundaire (lichtste ster) die hierbij opgeteld de juiste totale massa geeft. Omwille van deze vermenigvuldiging, gecombineerd met de vorm van de IMF en het feit dat de voorfactoren in beide gevallen verschillen, blijkt dat deze kans kleiner is dan de kans dat 8 $M_\odot$ tevoorschijn komt uit één bepaling van de totale systeemmassa. Kortweg gezegd: bij een 'loterijtrekking' uit een distributie die zware sterren benadeelt, is het waarschijnlijker om bij één trekking een hoge (systeem)massa te verkrijgen dan om bij twee trekkingen een combinatie van twee hoge (ster)massa's te verkrijgen.

Anderzijds blijkt dat de methode van massabepaling weinig invloed heeft op de gemiddelde massaverhouding. Wat wel opvalt, is dat deze hoger ligt dan 0,5, de waarde die op het eerste gezicht misschien verwacht zou kunnen worden daar in beide gevallen de massaverhouding random bepaald wordt (in het ene geval expliciet, in het andere geval omdat beide massa's onafhankelijk zijn van elkaar). De reden hiervoor is als volgt: wegens de vorm van de IMF zal de zwaarste van de twee sterren meest waarschijnlijk vrij licht zijn, laat ons zeggen 0,2 $M_\odot$. In dat geval kan de lichtste van de twee sterren uiteraard enkel een massa hebben die ligt tussen de stellaire ondergrens, 0,08 $M_\odot$, en de massa van de andere ster, 0,2 $M_\odot$. Op deze manier kan de massaverhouding niet lager liggen dan 0,4, en dit bevoordeelt dus hoge massaverhoudingen.

Merk tenslotte op dat de meeste professionele sterevolutieprogramma's standaard een nog andere manier gebruiken om de massa's van de componenten van een dubbelster te bepalen. Deze is in een niet-informatica context echter nog moeilijker te bevatten. Het is in deze namelijk zo dat de massa van de primaire ster uit de IMF gehaald wordt, terwijl voor de bepaling van de massa van de secundaire uitgegaan wordt van de observationeel vastgestelde verdeling van massaverhoudingen (de zogenaamde *mass ratio distribution*). Dit levert uiteraard nog andere waarden voor gemiddelde systeemmassa en massaverhouding.

Dit is het einde van de eerste ronde van de
Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2011.