Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2014

Oplossingen

5 april 2014

In dit document worden oplossingen voorgesteld voor de vragen van de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2014. Het spreekt voor zich dat andere methodes eventueel ook tot correcte oplossingen kunnen leiden.

Vlaamse Sterrenkunde Olympiade
Vereniging Voor Sterrenkunde
Oostmeers 122c
8000 Brugge
Elektronisch insturen kan ook, naar *deelname@sterrenkundeolympiade.be*.

Het organiserend comité van de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2014: Annelies Cloet-Osselaer (UGent), Jelle Dhaene (UGent), Ward Homan (KULeuven), Nicki Mennekens (VUB), Toine Mercier (JVS) en Frank Tamsin (VVS).

http://www.sterrenkundeolympiade.be
info@sterrenkundeolympiade.be

Meerkeuze vragenreeks

1. De sterrenhemel zoals we die kunnen waarnemen op 14 februari om 18 h ziet er ongeveer hetzelfde uit als wat we zien om middernacht
a) op 14 februari;
b) op 15 mei;
c) op 20 augustus;
d) op 4 oktober;
e) op 18 november.

Door het verschil in duur tussen een sterredag en een zonnedag zien wij de sterren elke dag ongeveer 4 minuten vroeger opkomen. Een tijdsverschil van 6 uur (van 18 h tot middernacht) ontstaat dus in de loop van ongeveer drie maanden, en daarbij moet uiteraard ook nog rekening gehouden worden met het teken van het tijdsverschil.

2. Beschouw de volgende definities:
- Een centrale eclips is een eclips waarbij het middelpunt van de maanschijf exact over het middelpunt van de zonneschijf heen beweegt.
- Een eclips wordt totaal genoemd als de Zon vanop minstens één plaats op Aarde volledig door de Maan bedekt wordt.
- Een eclips wordt gedeeltelijk genoemd als ze vanop geen enkele plaats op Aarde als totaal of ringvormig kan gezien worden.

Welk van volgende uitspraken is dan correct:
a) Alle centrale eclipsen zijn totaal.
b) Alle totale eclipsen zijn centraal.
c) Alle gedeeltelijke eclipsen zijn niet centraal.
d) Alle niet centrale eclipsen zijn gedeeltelijk.

Een centrale eclips kan ringvormig zijn in plaats van totaal. Een totale eclips kan niet-centraal zijn. Op 29 april 2014 was er bijvoorbeeld een niet-centrale ringvormige eclips.

3. Hieronder staan vier uitspraken over telescopen:
(I) Als een telescoop een grotere diameter heeft, dan neemt het lichtverzamelend vermogen toe.
(II) Als een telescoop een grotere diameter heeft, dan neemt het scheidend vermogen toe.
(III) Als een telescoop een grotere diameter heeft, dan kan er meer mee vergroot worden.
(IV) Als een telescoop een grotere diameter heeft, dan is dat nadelig voor de chromatische aberratie.
Welke uitspraken zijn waar?
a) (I), (II), (III) en (IV);
b) (I), (II) en (III);
c) (I), (II) en (IV);
d) (III) en (IV);
e) (I) en (II).

4. Bepaal de ware zonnetijd in Brussel op 1 maart om 12^h GMT.
a) 12^h
b) $13^h 7{,}3^m$
c) $12^h 57{,}5^m$
d) $12^h 23{,}7^m$
e) $12^h 5{,}3^m$

De ware zonnetijd is de uurhoek van de zon. In de praktijk wordt hier 12h bij opgeteld. Om 12h ware zonnetijd staat de zon dus pal in het zuiden. De tijdsvereffening is per definitie het verschil tussen de ware zonnetijd en de middelbare zonnetijd. Men bekomt de middelbare zonnetijd door bij de tijd in GMT de plaatselijk lengteligging op te tellen. Voor Brussel is dit ongeveer 4°30' oosterlengte, of dus 4,5°, hetzij 18 minuten. De tijdsvereffening op 1 maart bedraagt –12,7 minuten.

5. Titan (een maantje van Saturnus) is in staat om een atmosfeer te behouden, ondanks het feit dat Titan slechts een klein beetje groter is dan Mercurius. Dit komt doordat
a) Titan zich dicht bij Saturnus bevindt;
b) Titan een erg grote dichtheid heeft;
c) Titan zich ver van Saturnus bevindt;
d) Titan zich ver van de Zon bevindt;
e) drie van bovenstaande redenen een rol spelen.

Doordat Titan zich ver van de Zon bevindt, is het er ook erg koud.

6. De Kirkwood leemten zijn het gevolg van
a) de stralingsdruk van de Zon;
b) een vroegere passage van een komeet doorheen de planetoïdengordel;
c) de zwaartekracht ten gevolge van de grootste manen van Jupiter;
d) de zwaartekracht van Jupiter;
e) vroegere explosies van planetoïden op een aantal plaatsen in de planetoïdengordel.

Een Kirkwood leemte is een zone in de planetoïdengordel waar veel minder planetoïden voorkomen dan in de directe omgeving, als gevolg van storingen door de aantrekkingskracht van de planeet Jupiter. Alle Kirkwoodscheidingen bevinden zich op plaatsen waar de omloopstijd om de Zon een simpele fractie zou zijn (bijvoorbeeld 1/3, 2/5, enzovoort) van de omloopstijd van Jupiter (11,86 jaar). Zo is er een Kirkwoodscheiding op 2,501 AE van de zon. Stel dat daar een planetoïde zou bewegen. Zijn omloopstijd om de Zon zou daar 3,954 jaar zijn en dat is precies 1/3 van de omloopstijd van Jupiter (11,86 jaar). Door die verhouding van één op drie zou de planetoïde na iedere drie omlopen opnieuw Jupiter passeren, telkens op dezelfde plaats en dus ook telkens opnieuw dezelfde zwaartekracht van Jupiter ondervinden. Die periodieke kracht zou de planetoïde al vrij snel uit zijn baan trekken. Banen in de Kirkwoodscheidingen zijn dus instabiel. Deze zelfde redenering geldt voor alle Kirkwoodscheidingen. Er zijn er gevonden bij omloopstijden die 1/4, 2/7, 1/3, 3/8, 2/5, 3/7, 1/2 of 3/5 bedragen van de omloopstijd van Jupiter. Kirkwoodscheidingen zijn een bijzonder geval van baanresonantie.

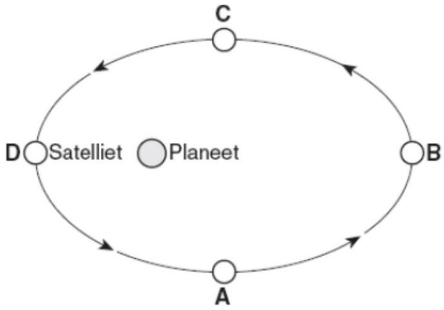
7. Het maantje Ariel van Uranus heeft een erg helder oppervlak dat groeven bevat die tot 10 km diep zijn. Hieruit kan afgeleid worden
a) dat Ariel een tamelijk oud oppervlak heeft;
b) dat Ariel een tamelijk jong oppervlak heeft;
c) dat Ariel een dunne atmosfeer heeft;
d) dat Ariel zich behoorlijk ver van haar moederplaneet (Uranus) bevindt;
e) dat zowel a als d gelden.

Ariël toont sporen van een zeer actief geologisch verleden. Kratervlakken worden er doorgroefd door een immens wereldomvattend stelsel van diepe, hoekige canyons. In de canyons en op sommige vlakken zien we jonger, vlak en ongeschonden materiaal dat door de scheuren in de bodem naar boven opwelde. Ook de helderheid van het oppervlak geeft aan dat het om vrij jong, onvervuild materiaal gaat. Een dergelijke geologische activiteit op zo'n kleine wereld veronderstelt dat er een vorm van opwarming door getijdenkracht geweest moet zijn. Die getijdenkracht is op dit moment onbestaande, maar berekeningen leren dat Ariël vroeger wellicht een gekoppelde rotatie met Umbriël en Titania had, waardoor het inwendige van de maan voortdurend uitgebreid gekneed werd. Daardoor warmde het materiaal in het inwendige op, zette het uit en brak het door het oppervlak.

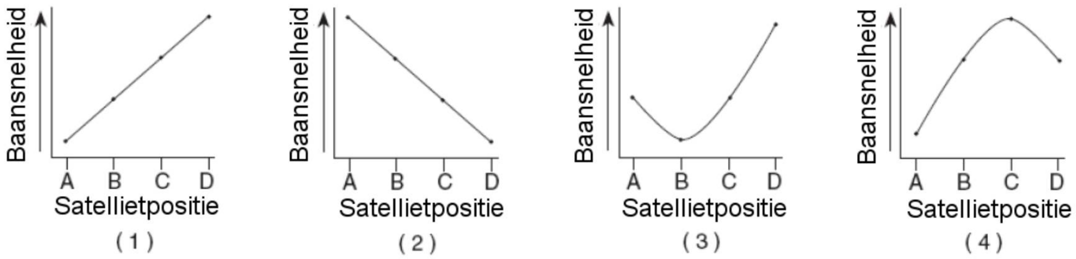
8. In de nevel waaruit de Zon is ontstaan, heeft condensatie waarschijnlijk geleid tot de vorming van
a) ijskorrels buiten de huidge baan van Jupiter;
b) metaalkorrels in de omgeving van de huidige baan van Mercurius;
c) silicaatkorrels in de omgeving van de huidge baan van de Aarde;
d) elk van bovenstaande;
e) geen enkele van bovenstaande.

9. Welk van volgende uitspraken over de Trojanen is niet correct?
a) Trojanen bevinden zich niet alleen in de Lagrangepunten L4 en L5 van Jupiter, maar bewegen er in langgerekte banen omheen, in baanvlakken waarvan de inclinatie tot 40° kan oplopen.
b) Over het algemeen hebben Trojanen een heel donker oppervlak, dat slechts vier tot tien procent van het zonlicht terugkaatst.
c) Het spectrum van Trojanen vertoont heel weinig details en lijkt deels op dat van planetoïden en de allerbuitenste satellieten van Jupiter en deels op dat van komeetkernen.
d) Er zijn duidelijke tekenen van de aanwezigheid van water en organische verbindingen aan het oppervlak van de Trojanen.
e) Het aantal Trojanen met een diameter van een kilometer of meer wordt in de grootte-orde van een miljoen geraamd.

10. De figuur rechts geeft schematisch de beweging weer van een maantje op een elliptische baan rond een planeet. Op de baan zijn vier punten aangegeven (A, B, C en D). Welk van onderstaande grafieken geeft het best weer hoe de baansnelheid van de satelliet rond de planeet verloopt?

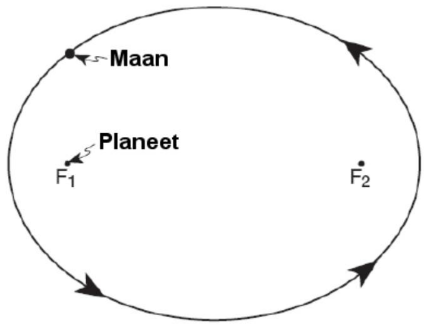


a) (1)
b) (2)
c) (3)
d) (4)



Volgens de tweede wet van Kepler is de baansnelheid het grootst op het ogenblik dat de satelliet zich het dichtst bij de planeet bevindt (in punt D dus), en het kleinst wanneer de satelliet zich het verst van de planeet bevindt (in punt B dus).

11. De figuur rechts geeft schematisch de beweging weer van een maantje op een elliptische baan rond een planeet. De brandpunten van de ellips zijn aangeduid met F_1 en F_2. Wat is ongeveer de excentriciteit van deze elliptische baan?



a) 0,3
b) 0,5
c) 0,7
d) 1,0
e) 1,4

De excentriciteit e van de ellips kan berekend worden met de formule $e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$, waarbij a en b respectievelijk de lengtes van de halve lange en de halve korte as voorstellen. Schattingen voor a en b leiden dan tot het resultaat.

12. Een stersysteem bestaande uit 3 componenten heeft een totale visuele magnitude die gelijk is aan 0. Twee van de componenten hebben een magnitude van 1,0 en 2,0. Wat is de magnitude van de derde component?
a) 3
b) –3
c) 1
d) –1
e) 1,5

De helderheid $\ell_s$van een ster met magnitude m_s ten opzichte van een referentiester met helderheid ℓ_0 en magnitude m_0 is gegeven door $\ell_s = \ell_0 \times 10^{0,4(m_0-m_s)}$.
Willen we nu de totale magnitude m_t van een groep sterren kennen, dan is de totale helderheid ℓ_t natuurlijk gelijk aan de som van de helderheden van elke ster uit die groep, zodat

$$\ell_t = \sum_s \ell_0 \times 10^{0,4(m_0-m_s)}$$

De index *s* bij het sommatieteken duidt aan dat de som genomen wordt over alle sterren van de groep. De totale helderheid kunnen we anderzijds ook schrijven als $\ell_t = \ell_0 \times 10^{0,4(m_0-m_t)}$
Combinatie van voorgaande formules levert dan

$$\sum_s \ell_0 \times 10^{0,4(m_0-m_s)} = \ell_0 \times 10^{0,4(m_0-m_t)}$$

waaruit met enig eenvoudig algebraïsch rekenwerk volgt dat

$$10^{-0,4\,m_t} = \sum_s 10^{-0,4\,m_s}$$

Door het nemen van de logaritme van beide leden kunnen we deze formule ook nog schrijven als

$$m_t = -2,5 \times \log \sum_s 10^{-0,4\,m_s}$$

Op basis van deze formule valt het resultaat eenvoudig te verifiëren.

13. De Algol paradox kan verklaard worden door
a) de gedegenereerde toestand van het waterstof op het oppervlak van een witte dwerg;
b) synchrotronstraling;
c) de expansiesnelheid van de schokgolf in een supernova;
d) de rotatiesnelheid van een neutronenster;
e) massa-overdracht tussen twee sterren in een dubbelstersysteem.

Zware sterren evolueren sneller dan lichte. Er bestaat echter een groep dubbelsterren, waarvan de heldere ster Algol (de op één na helderste ster van het sterrenbeeld Perseus))het voorbeeld is, waarin men waarneemt dat de ster die de kleinste massa heeft geen hoofdreekssterr meer is, maar al een reus. De zwaarste ster is nog wel een hoofdreeksster, dus deze is kennelijk minder ver in zijn evolutie dan de lichtste van de twee. Dit was lange tijd een paradoxalee situatie, en dit probleem werd de ‘Algol paradox’ genoemd. In een dubbelster zal de zwaarste ster altijd de eerste zijn die gaat opzwellen en massa overdragenn naar zijn begeleider. Dit is een instabiel proces, dat zeer snel verloopt in verhouding tot de geleidelijke evolutie van de dubbelster. De lichtere begeleider blijft gas van de andere ster afsnoepen tot hij zelf de zwaarste is geworden, en de oorspronkelijk zwaarste ster de lichtste van dee twee is geworden. Met de ontdekking, door J. Crawford in 1955, dat massaoverdracht de massaverhouding in een dubbelster kan omkeren, was de Algol paradox opgelost!

14. Welke van de volgende beweringen over populatie II sterren in ons Melkwegstelsel is niet correct?
a) Populatie II sterren zijn de oudste sterren in ons Melkwegstelsel.
b) Populatie II sterren beschrijven excentrische omloopbanen.
c) Populatie II sterren worden gevonden in de bolvormige kernzone van het Melkwegstelsel.
d) Populatie II sterren worden gevonden in de halo van het Melkwegstelsel.
e) Populatie II sterren worden gevormd in de schijf van het Melkwegstelsel.

15. Je detecteert een planeet rondom een andere ster door deze te observeren als ze voor de verafgelegen ster komt. Veronderstel dat de diameter van de ster 10 keer groter is dan die van de planeet. Welk van volgende beweringen is dan correct?
a) We nemen een zwarte vlek waar die passeert vóór de ster.
b) Het licht van de ster wordt gereduceerd met ongeveer 10%.
c) Het licht van de ster wordt gereduceerd met ongeveer 1%.
d) Zowel a als b zijn waar.
e) Zowel a als c zijn waar.

Aangezien sterren als puntbronnen kunnen beschouwd worden, zijn exoplaneten a fortiori zeker niet als vlekje of schijfje waarneembaar. Bij de transit van een exoplaneet voor een ster wordt een gedeelte van het licht van de ster tegengehouden. We gaan ervan uit dat de fluxen zich verhouden zoals de oppervlaktes waarvan ze afkomstig zijn. Als we de schijfjes van de ster en de planeet beide cirkelvormig veronderstellen met respectieve stralen R_P en R_* dan vinden we bijgevolg voor de fluxverandering ΔF dat $\Delta F = \frac{(\pi R_*^2)-(\pi R_*^2 - \pi R_P^2)}{\pi R_*^2} F_{max} = \left(\frac{R_P}{R_*}\right)^2 F_{max}$. Er is gegeven dat $R_* = 10\ R_P$ wat uiteraard tot het resultaat leidt.

16. Welke sterrenhoop is de oudste?
a) Een sterrenhoop waarvan de helderste hoofdreekssterren wit zijn.
b) Een sterrenhoop waarvan de helderste sterren rood zijn.
c) Een sterrenhoop met sterren in alle kleuren.
d) Op basis van de kleur van de sterren valt niets af te leiden omtrent de leeftijd van een sterrenhoop.

Een sterrenhoop die sterren in alle kleuren bevat, zal een vrij jonge sterrenhoop zijn aangezien er van alle soorten sterren nog op de hoofdreeks aanwezig zijn.
Een sterrenhoop waarvan de helderste sterren rood zijn, zal een sterrenhoop zijn waarbij de zware O sterren een rode superreus zijn geworden; er zijn dus nog steeds sterren van spectraaltype A op de hoofdreeks aanwezig.
Een sterrenhoop waarvan de helderste hoofdreekssterren wit zijn en dus de O, B en A sterren al verdwenen zijn uit de hoofdreeks, zal dus de oudste sterrenhoop zijn.
Hierbij is wel een kanttekening te maken: in oudere open sterrenhopen en bolvormige sterrenhopen zijn de sterren aan de top van de rode reuzentak en de AGB de helderste, dus daar zijn de helderste sterren rood.

17. Welke detectiemethode voor exoplaneten kan gebruikt worden met behulp van een amateurtelescoop met een ccd-camera erop bevestigd?
a) radialesnelheidsmethode;
b) transitmethode;
c) astrometrie;
d) directe waarneming;
e) geen enkele, want amateurtelescopen zijn hiervoor hoe dan ook nooit toereikend.

Met een amateurtelescoop is het perfect mogelijk om de helderheid van een ster te bepalen. Variaties in deze helderheid kunnen erop duiden dat een planeet voor de ster beweegt.

18. De rode superreus Betelgeuse heeft een lichtkracht die 120000 keer groter is dan de lichtkracht van de Zon. Veronderstel dat Betelgeuse enkel energie uitzendt in het rode deel van het elektromagnetisch spectrum met een golflengte van 700 nm, hoeveel fotonen zendt deze ster dan uit per seconde?
a) ongeveer 10^{35}
b) ongeveer 10^{40}
c) ongeveer 10^{45}
d) ongeveer 10^{50}
e) ongeveer 10^{55}

De lichtkracht van de Zon bedraagt ongeveer $4 \cdot 10^{26}$ W. Derhalve is de lichtkracht van Betelgeuze ongeveer $4{,}8 \cdot 10^{31}$ W = $4{,}8 \cdot 10^{31}$ J/s. De energie van één enkel foton kan berekend worden aan de hand van de formule $E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$, waarbij $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s, $c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s, ν de frequentie voorstelt; verder is gegeven dat de golflengte $\lambda = 7 \cdot 10^{-7}$ m. Dit leidt tot een energie $E \approx 3 \cdot 10^{-19}$ J voor één enkel foton. Dit leidt tot de gevraagde ordegrootte voor het aantal fotonen dat de ster per seconde uitzendt.

19. Welke uitspraak over bolvormige sterrenhopen is niet correct?
a) Een bolvormige sterrenhoop is een verzameling van 10^{5} tot 10^{6} sterren.
b) Er zijn ongeveer honderd bolvormige sterrenhopen die een baan rond ons Melkwegstelsel beschrijven.
c) Heel wat bolvormige sterrenhopen hebben leeftijden van meer dan 10 miljard jaar.
d) Bolvormige sterrenhopen hebben doorgaans een zeer laag gehalte aan zware elementen.
e) Bolvormige sterrenhopen zijn meestal in de spiraalarmen van een sterrenstelsel te vinden.

20. Een pulserende ster bevindt zich in een dubbelster op een cirkelvormige baan. Ze beweegt aan een snelheid van 50 km/s. Een astronoom neemt de pulsaties van de ster waar met zijn telescoop. Hij is verbaasd wanneer hij merkt dat de frequentie van de pulsaties lichtjes verschilt afhankelijk van het punt op haar baan waarop de ster zich bevindt. Welke van volgende beweringen klopt?
a) De waarnemingen wijzen er op dat de frequenties waarop de ster pulseert veranderen.
b) De pulsatiefrequenties van de ster zijn wel constant, maar de pulsatieperiode lijkt korter wanneer de ster van de aarde wegbeweegt.
c) Het effect treedt op omdat de lichtsnelheid eindig is.
d) De waarnemingen van de astronoom kunnen niet kloppen, hij heeft een fout gemaakt.

Dit effect staat bekend onder de naam Rømer delay.

21. Ijzer (Fe) is de zwaarste stabiele atoomkern die door kernfusie kan worden gesynthetiseerd. Er bestaan in de wereld rondom ons echter zwaardere elementen dan ijzer. Welk soort proces kan zulke zwaardere kernen creëren?
a) neutronenvangst;
b) elektrozwakke wisselwerking;
c) elektronenvangst;
d) kernsplitsing;
e) geen van de vermelde processen.

Neutronenvangst gebeurt relatief gemakkelijk omdat er geen elektrostatische afwering bestaat tussen de geladen atoomkernen en de elektrisch neutrale neutronen (vandaar de naam). Als atoomkernen met neutronen gebombardeerd worden, is het mogelijk dat sommige erdoor worden geabsorbeerd. Dit leidt tot instabiele kernen, die via β-verval hun teveel aan neutronen omzetten in protonen. Hierbij stijgt dus het ladingsgetal van het element en verandert dus per definitie het ene element in een ander.

22. Welke van de volgende zaken hoort niet bij de beschrijving van een ster op de zogenaamde asymptotische reuzentak van het Hertzsprung-Russell-diagram?
a) het s-proces;
b) de derde dredge-up;
c) de heliumflits;
d) thermische pulsen;
e) alle genoemde zaken hebben wel degelijk betrekking op de asymptotische reuzentak.

De heliumflits gebeurt in de kernen van rode reuzen met een massa lager dan 2,25 zonsmassa's, waarvoor heliumverbranding in de kern zeer moeizaam verloopt. Hierdoor bezit de heliumkern geen interne kracht om de zwaartekracht tegen te werken. De resulterende gigantische druk verandert de materiaaleigenschappen van de heliumkern, hetgeen we ontaarde materie noemen. De synthese van helium door fusie van waterstof doet de massa van de heliumkern stijgen. Op een gegeven ogenblik bereikt de massa van de kern een bepaalde waarde, waardoor heliumverbranding plots doorheen de volledige kern in gang schiet, met een enorme uitstraling van energie als gevolg. Dit gebeurt allemaal heel snel, vandaar de naam flits.

23. De afstand van sterrenstelsel A is drie keer groter dan die van sterrenstelsel B. Welk van volgende uitspraken is dan correct?
a) De verwijderingssnelheid van stelsel A bedraagt 1/9 van die van stelsel B.
b) De verwijderingssnelheid van stelsel A bedraagt 1/3 van die van stelsel B.
c) De verwijderingssnelheid van stelsel A en van stelsel B zijn dezelfde.
d) De verwijderingssnelheid van stelsel A is 3 keer groter dan die van stelsel B.
e) De verwijderingssnelheid van stelsel A is 9 keer groter dan die van stelsel B.

Noemen we d_A de afstand van stelsel A en d_B de afstand van stelsel B, en v_A en v_B hun respectieve verwijderingssnelheden, dan is gegeven dat $d_A = 3\ d_B$. Dan volgt uit de wet van Hubble dat

$$v_B = H_0 d_B = H_0 3 d_A = 3 v_A$$

24. Welk van volgende uitspraken is het meest kenmerkend voor dwergsterrenstelsels?
a) Dwergsterrenstelsels hebben schijven en een bolvormige kernzone en zijn omgeven door een sferische halo van oude sterren.
b) Dwergsterrenstelsels vertonen een zeer chaotische structuur, vrijwel zonder symmetrie.
c) Dwergsterrenstelsels hebben vaak radiojets die vanuit hun kern ontspringen en gericht zijn langs hun kleine assen.
d) Dwergsterrenstelsels worden beschouwd als de overblijfselen van de oorspronkelijke bouwstenen van alle sterrenstelsels.
e) Dwergsterrenstelsels zijn grote sferoïdale sterrenstelsels, typisch zonder duidelijke structuur.

25. De kosmische achtergrondstraling wordt tegenwoordig waargenomen als straling van een zwart lichaam op een temperatuur van 3 K, hoewel de temperatuur in het verleden heel wat hoger moet geweest zijn. We nemen de piek in de emissie nu waar in het gebied van de microgolven. Wat zouden we in het verleden gemeten hebben?
a) Niets, want de fotonen zouden ons nog niet bereikt hebben.
b) Een zwart lichaam met veel meer energie, met een piek op kortere golflengten.
c) Een zwart lichaam met veel meer energie, met een piek op langere golflengten.
d) Eveneens een spectrum in het gebied van de microgolven, maar het zou er niet uitgezien hebben als zwarte straling.
e) Veel zwakkere straling van een zwart lichaam, met een piek op langere golflengten.

26. Welk van volgende uitspraken over botsende sterrenstelsels is niet correct?
a) Door het vele gas dat zich in galaxieën bevindt, geeft de botsing van twee sterrenstelsels aanleiding tot een sterke toename in de stervorming.
b) Bij de botsing van sterrenstelsels is het onvermijdelijk dat ook de sterren zelf met elkaar in botsing komen, waardoor zwaardere sterren ontstaan.
c) Over twee tot drie miljard jaar zal ons Melkwegstelsel in botsing komen met de Magellaanse wolken.
d) Als gevolg van de botsing tussen ons Melkwegstelsel en het Andromedastelsel zullen hun beider centrale zwarte gaten uiteindelijk versmelten.
e) Door de versnelde uitdijing van het heelal zullen botsingen tussen sterrenstelsels in de toekomst veel minder vaak voorkomen dan thans het geval is.

De afmetingen van sterren zijn vele ordes van grootte kleiner dan hun onderlinge afstanden. Bijgevolg is de kans bijzonder klein dat individuele sterren met elkaar in botsing komen tijdens een botsing tussen twee sterrenstelsels.

27. De beste techniek om rechtstreeks de afstand te bepalen tot de verst verwijderde sterrenstelsels is gebaseerd op:
a) de Tully-Fisher relatie;
b) type Ia supernovae;
c) de wet van hubble;
d) het meten van parallaxen;
e) de periode-lichtkrachtrelatie.

28. Wat zou een waarnemer die zich op 3 miljard lichtjaar van ons bevindt en in onze richting kijkt, kunnen vaststellen?
a) De meeste sterrenstelsels lijken naar die waarnemer toe te komen;
b) Deze waarnemer stelt dezelfde wet van Hubble vast als wij.
c) Deze waarnemer ziet ongeveer evenveel roodverschoven als blauwverschoven sterrenstelsels.
d) Deze waarnemer ziet alle sterrenstelsels uit elkaar bewegen vanaf een punt in de omgeving van ons Melkwegstelsel.

29. Een galaxiecluster heeft een straal van 6,2 miljoen lichtjaar en metingen van de dopplerverschuiving tonen aan dat de galaxieën rond het centrum van de cluster draaien met een snelheid van 1350 km/s. Wat is de massa van deze cluster?
a) $1{,}6 \cdot 10^{15}\ M_{zon}$
b) $8{,}0 \cdot 10^{14}\ M_{zon}$
c) $8{,}0 \cdot 10^{5}\ M_{zon}$
d) $5{,}4 \cdot 10^{3}\ M_{zon}$
e) Geen van bovenstaande.

Wanneer we een testmassa m beschouwen die zich op een afstand r van het centrum van de galaxiecluster bevindt, dan ondervindt die de gravitatiekracht van alle massa $M(r)$ die zich binnen een straal r van het centrum van de cluster ophoudt.
Anderzijds leert de dynamica van de cirkelvormige beweging dat de centripetale versnelling van dergelijke testmassa $(v(r))^2 / r$ is, waarbij $v(r)$ de rotatiesnelheid van de testmassa is.
Als we deze twee zaken combineren, komen we tot

$$G\frac{mM(r)}{r^2} = m\frac{(v(r))^2}{r}$$

waaruit volgt dat

$$M(r) = \frac{(v(r))^2 r}{G}$$

met $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} de universele gravitatieconstante.
Er is gegeven dat $r = 6{,}2 \cdot 10^6$ lj (waarbij 1 lj $= 9{,}46 \cdot 10^{15}$ m) en dat $v(r) = 1{,}35 \cdot 10^6$ m/s.
Na invullen in bovenstaande formule vinden we als massa $16 \cdot 10^{44}$ kg. Dan dient verder alleen nog rekening gehouden te worden met het feit dat de massa van de Zon ongeveer $2 \cdot 10^{30}$ kg bedraagt.

30. De kosmische achtergrondstraling (CMB) vertoont zeer kleine, maar weliswaar duidelijk meetbare inhomogeniteiten in zijn temperatuursverdeling. De hoekmaat (lees: grootte) van deze vlekjes vertelt ons iets over:
a) de temperatuur van de oerknal;
b) de kromming van de ruimte-tijd;
c) de vertraging van de expansie van de ruimte-tijd;
d) de beweging van de Aarde doorheen het CMB;
e) elk van de hiervoor vermelde zaken.

De kromming van een oppervlak kan worden bepaald door er driehoeken op te tekenen. Op een plat vlak zal de som van de hoeken van de driehoek 180° bedragen. Op een positief gekromd oppervlak (zoals een bol) zal de som van de hoeken groter zijn, en op een negatief gekromd oppervals (zoals een zadel) zal de som minder dan 180° zijn. Theoretische modellen van het jonge universum voorspellen dat voor een platte ruimte-tijd, de patronen in de CMB een hoekgrootte van ongeveer 1° aan de hemel hebben. Dit stemt overeen met wat we zien!

1.	**E**
2.	**C**
3.	**E**
4.	**E**
5.	**D**
6.	**D**
7.	**B**
8.	**D**
9.	**D**
10.	**C**

11.	**C**
12.	**C**
13.	**E**
14.	**E**
15.	**C**
16.	**B**
17.	**B**
18.	**D**
19.	**E**
20.	**C**

21.	**A**
22.	**C**
23.	**D**
24.	**D**
25.	**B**
26.	**B**
27.	**B**
28.	**B**
29.	**B**
30.	**B**

Open vragenreeks I: zonnestelsel

Vraag 1.
Op 28 november 2013 is komeet C/2012 S1 ISON het perihelium van haar baan rond de Zon gepasseerd. Dat gebeurde op een afstand van slechts 0,012444 astronomische eenheden van de Zon. De komeet volgde een sterk excentrische baan rond de Zon, met een excentriciteit van 0,999998. Enkele dagen later bleek dat van de komeet na haar doortocht bij de Zon vrijwel niets meer is overgebleven.
a) Wat was (op basis van bovenstaande gegevens) de lengte van de halve lange as van de baan van komeet ISON?

Gezien de excentriciteit e = 0,999998 < 1 beweegt de komeet C/2012 S1 ISON op een ellipsvormige baan. Voor dergelijke baan geldt dat de periheliumafstand $q = a(1-e)$ waarbij a de lengte is van de halve lange as. Bijgevolg vinden we $a = \frac{q}{1-e} = \frac{0{,}012444}{1-0{,}999998} = 6222\ AE.$

b) Wat was de periode van deze komeet?

Volgens de derde wet van Kepler is er een verband tussen de periode P en de lengte a van de halve lange as van de baan, met name $P^2 = a^3$, waarbij P is uitgedrukt in jaar en a in astronmische eenheden. Derhalve is $P = a^{3/2} = 490789\ jaar.$

c) Hoever had de komeet (nog steeds op basis van bovenstaande gegevens) zich maximaal van de Zon kunnen verwijderen?

De apheliumafstand Q kan berekend worden via $Q = a(1+e) = 12444\ AE.$

d) Wat kunnen we uit voorgaande besluiten omtrent de oorsprong van komeet ISON?

Langperiodieke kometen hebben zeer grote banen, waarbij ze slechts eens in de vele duizenden jaren in de buurt van de Zon komen. Ze zijn dan ook nog erg 'jong' en hebben nog veel oermateriaal behouden. De langperiodieke kometen komen uit alle mogelijke hoeken op de Zon af. Ze zijn afkomstig uit de Oortwolk die het zonnestelsel aan alle kanten omgeeft.

e) Hoeveel vierkante astronomische eenheden per jaar werden bestreken door de verbindingslijn tussen komeet ISON en de Zon?

Volgens de tweede wet van Kepler (de perkenwet) is de oppervlakte die bestreken wordt door de verbindingslijn tussen de Zon en een object dat er in een ellipsvormige baan omheen beweegt, constant. Het volstaat dus om de oppervlakte van de baanellips te berekenen en te delen door de periode. De oppervlakte A van een ellips kan berekend worden als $A = \pi ab$, waarbij a de lengte is van de halve lange as en b de lengte is van de halve korte as. Daarbij is $b = a\sqrt{1-e^2}$. De oppervlakte die per jaar bestreken wordt door de verbindingslijn tussen komeet ISON en de Zon bedraagt dus $\frac{\pi a^2\sqrt{1-e^2}}{P} = \frac{243243\ AE^2}{490789\ jaar} \approx 0{,}5\ AE^2/jaar.$

Vraag 2.
Als de Aarde tussen een planeet en de Zon staat, spreekt men van oppositie. Het tijdsinterval tussen twee opeenvolgende opposities van een bepaalde planeet bedraagt 398,9 dagen (wat men de synodische periode noemt). De hoekdiameter van deze planeet bij een bepaalde oppositie bedraagt 47,2”.
a) Leid op basis van deze informatie de omloopperiode van deze planeet rond de Zon af (wat men de siderische periode noemt).

In 398,9 dagen legt de Aarde ongeveer 398,9 / 365,25 ≈ 1,092 omwentelingen rond de Zon af. In diezelfde tijd heeft de andere planeet een fractie 0,092 van haar baan rond de Zon afgelegd, zodat de drie hemellichamen terug op één rechte lijn staan. Als de Aarde één omloop aflegt, dan legt de planeet 0,092 / 1,092 omlopen van haar baan af. Een aards jaar duurt dus 0,0842 ‘jaar’ op de planeet, en bijgevolg duurt een ‘jaar’ op die planeet 1 / 0,0842 ≈ 11,86 jaar.
Willen we dit wat formeler uitdrukken, dan kan volgende redenering gevolgd worden. De siderische periode is de tijd die nodig is om één keer rond de zon te draaien en is uniek voor elk object. De synodische periode is afhankelijk van het verschil van de siderische periode van twee objecten. Beschouwen we twee planeten waarbij P_1 en P_2 de omlooptijden rond de Zon zijn (siderische periode), en veronderstel $P_1 < P_2$. De gemiddelde hoeksnelheden bedragen dan $2\pi/P_1$ en $2\pi/P_2$. Na één synodische periode $P_{1,2}$ heeft de binnenste planeet één volledige omloop meer afgelegd dan de buitenste planeet, zodat $P_{1,2}\frac{2\pi}{P_1} = 2\pi + P_{1,2}\frac{2\pi}{P_2}$ waaruit volgt dat $\frac{1}{P_{1,2}} = \frac{1}{P_1} - \frac{1}{P_2}$. Gezien de situatie ten opzichte van de Aarde beschouwd wordt, is $P_1 \approx 365{,}25$ dagen en verder is gegeven dat $P_{1,2} = 398{,}9$ dagen. Daarmee vinden we dat $P_2 \approx 4330$ dagen $\approx 11{,}86$ jaar.

b) Wat is (op basis van bovenstaande gegevens) de lengte van de halve lange as van de baan van deze planeet?

Volgens de derde wet van Kepler is er een verband tussen de periode P en de lengte a van de halve lange as van de baan, met name $P^2 = a^3$, waarbij P is uitgedrukt in jaar en a in astronmische eenheden. Derhalve is $a = P^{2/3} = 5{,}2\ AE$.

c) Hoe groot is de ware diameter (in kilometer) van deze planeet?

Bij oppositie staat de Aarde precies tussen de Zon en de planeet in. Derhalve bedraagt de afstand D van de Aarde tot de planeet $D = 5{,}2$ AE – 1 AE = 4,2 AE ≈ $63 \cdot 10^7$ km. We zien de straal van de planeet onder een hoek $\frac{\alpha}{2} = \frac{47{,}2''}{2} = 23{,}6''$. De ware diameter van de planeet is dan $2R = 2D \sin\frac{\alpha}{2} \approx 144164\ km.$

d) Om welke planeet gaat het hier?

Zowel de afstand van de planeet tot de Zon als de diameter van de planeet wijzen erop dat het om Jupiter gaat.

Open vragenreeks II: dubbelsterren

Vraag 1.
Beschouw een visuele dubbelster bestaande uit twee componenten A en B die bewegen in cirkelvormige banen, zodanig dat wij bovenop het baanvlak kijken. De trigonometrische parallax van het systeem bedraagt 0,4 boogseconden en de omloopperiode bedraagt 50 jaar. Ster B bevindt twee keer zo ver van het massacentrum als ster A. Verder meten we een scheiding van 8 boogseconden tussen beide componenten.
a) Bepaal de afstand van het dubbelstersysteem (in parsec).

Het verband tussen de parallax p (in boogseconden) en de afstand d (in parsec) is eenvoudig gegeven door $d = \frac{1}{p}$ zodat d = 2,5 pc.

b) Bepaal de stralen van de banen van de sterren A en B (in astronomische eenheden).

Een parsec is de afstand waarop één astronomische eenheid gezien wordt onder een hoek van één boogseconde. Een rechtstreeks gevolg van deze definitie is dat de ruimtelijke afstand a (uitgedrukt in astronomische eenheden) tussen de twee componenten van een dubbelster, te berekenen valt als $a = \frac{\alpha}{p}$ waarbij dan a de hoekscheiding en p de parallax voorstelt. Hiermee vinden we alvast dat $a^{(AE)} = \frac{\alpha}{p} = \frac{8"}{0{,}4"} = 20\ AE$.
De sterren A en B bevinden zich vanzelfsprekend aan de tegenovergestelde kant van het massacentrum. Noemen we hun respectieve afstanden a_A en a_B, dan is gegeven dat $a_B = 2\ a_A$ en vanzelfsprekend geldt (in het geval van cirkelvormige banen) ook dat $a = a_A + a_B$. Daaruit volgt dat $a_A = \frac{a}{3} = 6{,}67\ AE$ en $a_B = 13{,}33\ AE$.

c) Bepaal de individuele massa's van de twee sterren A en B.

De gezamenlijke massa van de twee sterren volgt uit de derde wet van Kepler: $m_A + m_B = \frac{a^3}{P^2}$ waarbij dan m_A en m_B zijn uitgedrukt in zonsmassa's, a in astronomische eenheden en P in jaar.
We vinden dat $m_A + m_B = \frac{20^3}{50^2} = 3{,}2\ M_{\odot}$.
Verder geldt dat $m_A a_A = m_B a_B$ zodat $m_A = m_B \frac{a_B}{a_A} = 2 m_B$. Dan is vanzelfsprekend verder meteen duidelijk dat $m_B = 1{,}07\ M_{\odot}$ en $m_A = 2{,}13\ M_{\odot}$.

d) De schijnbare magnitude van ster A is –1,6 en die van ster B is 5,8. Bepaal de lichtkracht van elk van de sterren A en B (uitgedrukt in zonslichtkrachten). Er is bekend dat de absolute magnitude van de Zon 4,8 is.

We bepalen vooreerst de absolute magnitude M van elk van de componenten, via de zogenaamde afstandsformule $M = m + 5 + 5 \log p$ waarbij m de schijnbare magnitude voorstelt en p de parallax in boogseconden. Aldus vinden we $M_A = 1.4$ en $M_B = 8{,}8$.
De lichtkracht van de sterren kan nu verder berekend worden op basis van de formule van

Pogson: $\frac{L}{L_\odot} = \left(\sqrt[5]{100}\right)^{M_\odot - M}$, waarbij gegeven is dat $M_\odot = 4{,}8$. We vinden $L_A = 22{,}9\ L_\odot$ en $L_B = 0{,}025\ L_\odot$.

e) De oppervlaktetemperatuur van ster A bedraagt 9000 K. Schat de straal van deze ster (uitgedrukt in zonsstralen). Er is bekend dat de oppervlaktetemperatuur van de Zon 5800 K is.

De wet Stefan-Boltzmann geeft het verband tussen de lichtkracht L van een zwarte straler, en de straal R en de temperatuur T ervan, volgens $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ waarbij $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4} de constante van Stefan-Boltzmann (of eerste stralingsconstante) is.
Hieruit kunnen we afleiden dat $\frac{L}{L_\odot} = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi R_\odot^{2\ 2} \sigma T_\odot^4}$ zodat $\frac{R}{R_\odot} = \left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2 \sqrt{\frac{L}{L_\odot}} \approx 2$, wat betekent dat de straal van ster A ongeveer twee keer groter is dan de straal van de Zon.

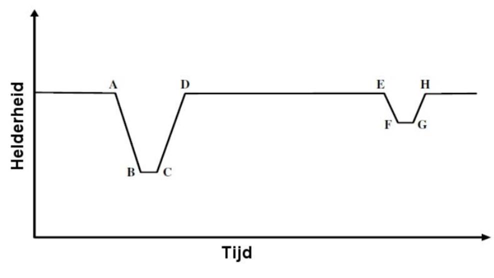
f) Op welke golflengte is de straling van ster A maximaal?

De golflengte λ_{max} waarbij een ster van temperatuur T maximaal straalt, kan berekend worden met de verschuivingswet van Wien: $\lambda_{max}.T = b$ waarbij $b = 2{,}897756 \cdot 10^{-3}$ K·m. Voor ster A vinden we $\lambda_{max} = 3{,}22 \cdot 10^{-7}$ m = 322 nm.

g) Bepaal de oppervlaktetemperatuur van ster B.

De lichtkracht van ster B hebben we hoger reeds berekend. Op basis van de wet Stefan-Boltzmann ($L = 4\pi R^2 \sigma T^4$) hebben we de straal van ster B nodig alvorens de oppervlaktetemperatuur te kunnen berekenen. Er is evenwel onvoldoende informatie rechtstreeks gegeven om deze straal te kunnen bepalen.
Nochtans kunnen we wel proberen om tot een schatting te komen. Immers, ster B heeft ongeveer dezelfde massa als de Zon, terwijl haar lichtkracht zowat 40 keer kleiner is, wat erop wijst dat de ster zeker geen hoofdreeksster is, maar wel een witte dwerg. Als we de straal van de ster op $0{,}01\ R_\odot$ schatten, dan vinden we met de wet Stefan-Boltzmann een oppervlaktetemperatuur van ongeveer 23000 K.

Vraag 2.
De figuur rechts (niet op schaal) toont de lichtkromme van een eclipserende dubbelster met een periode van 30 dagen.
Op deze grafiek komt het stuk tussen A en D overeen met de passage van de secundaire ster over de primaire ster en dit gedeelte duurt 8 uur. Het stuk tussen B en C (totale eclips) duurt 1 uur en 18 minuten.



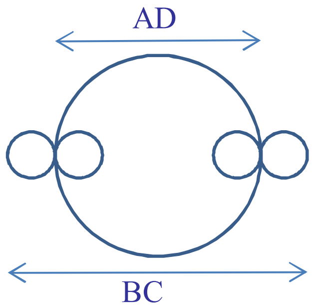
Spectraalanalyse wijst uit dat de maximale radiële snelheid van de primaire ster 30 km/s bedraagt, terwijl de maximale radiële snelheid van de secundaire ster 40 km/s bedraagt.

We gaan uit van cirkelvormige banen met een inclinatie van 90° (wat wil zeggen dat wij dwars op het baanvlak kijken en dus de ene ster centraal voor de andere ster zien bewegen).

a) Bepaal de stralen van de beide sterren uit dit dubbelstersysteem.

Gezien de beide sterren rond een gemeenschappelijk zwaartepunt bewegen, zal de zin van hun beweging tegengesteld zijn: als de ene ster naar ons toekomt, beweegt de andere van ons weg. De relatieve beweging van de secundaire ster ten opzichte van de primaire ster gebeurt dus aan een snelheid van 30 km/s + 40 km/s = 70 km/s

Noemen we R_1 en R_2 respectievelijk de stralen van de primaire en de secundaire ster, dan legt de secundaire ster tussen eerste en vierde contact (wat overeenkomt met het stuk tussen A en D in de lichtcurve) een afstand $2(R_1 + R_2)$ af. Tussen eerste en derde contact (het stuk tussen B en C in de lichtcurve)) wordt een afstand $2(R_1 - R_2)$ afgelegd. We vinden dus dat



$$\begin{cases} R_1 + R_2 = \frac{1}{2}\left(8\,h \times 3600\frac{s}{h} \times 70\frac{km}{s}\right) = 1008000\,km \\ R_1 - R_2 = \frac{1}{2}\left(1{,}3\,h \times 3600\frac{s}{h} \times 70\frac{km}{s}\right) = 163800\,km \end{cases}$$

Oplossing van dit stelsel leidt tot

$$\begin{cases} R_1 = 585900\,km = 0{,}842\,R_\odot \\ R_2 = 422100\,km = 0.606\,R_\odot \end{cases}$$

Hierbij is de benadering ingevoerd dat het stukje baan tussen eerste en vierde contact als rechtlijnig mag beschouwd worden, wat te verantwoorden is door het feit dat de duur van de transit ≪ de baanperiode.

b) Bepaal de massa's van de beide sterren uit dit dubbelstersysteem.

In de veronderstelling van cirkelvormige banen is de baansnelheid van elk van de sterren constant, en voor een inclinatie van 90° is deze gelijk aan de maximale radiële snelheid. Noemen we a_1 en a_2 respectievelijk de stralen van de banen van de primaire en de secundaire ster, en verder v_1 (= 30 km/s) en v_2 (= 40 km/s)respectievelijk de baansnelheden van de primaire en de secundaire ster, dan is $v_1 = \omega a_1$ en $v_2 = \omega a_2$ waarbij ω de hoeksnelheid voorstelt (die uiteraard dezelfde is voor beide sterren), zijnde $\omega = \frac{2\pi}{P}$ met P = 30 dagen de periode.

Gezien $m_1 a_1 = m_2 a_2$ vinden we dat

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{v_1/\omega}{v_2/\omega} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{4}$$

Anderzijds geldt voor het dubbelstersysteem ook de derde wet van Kepler $\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(m_1+m_2)}{4\pi^2}$ waarbij

$$a = a_1 + a_2 = \frac{v_1}{\omega} + \frac{v_2}{\omega} = \frac{(30+40)\,km.s^{-1}}{2\pi} \times 30\,d \times 86400\,s.d^{-1} = 2{,}89 \cdot 10^{10} m$$

en G = 6,67 · 10^{-11} N m^2 kg^{-2} de universele gravitatieconstante. Na omvorming en substitutie volgt hieruit $m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2}{G}\frac{(a_1+a_2)^3}{P^2} = 2{,}12 \cdot 10^{30} kg \approx 1{,}06\,M_\odot$.

Tenslotte vinden we $m_1 = 1{,}21 \cdot 10^{30} kg \approx 0{,}61\,M_\odot$ en $m_2 = 0{,}91 \cdot 10^{30} kg \approx 0{,}45\,M_\odot$.

Vraag 3.
Het dubbelstersysteem α Centauri heeft een parallax van 0,75”. De periode van het systeem bedraagt 79 jaar en de waargenomen halve grote as strekt zich uit over 17,6”. De minimale scheiding tussen de beide componenten van het dubbelstersysteem bedraat 4,2”.
a) Bereken de totale massa van het dubbelstersysteem α Centauri.

Zoals hoger reeds uiteengezet kan de ruimtelijke afstand a (uitgedrukt in astronomische eenheden) tussen de twee componenten van een dubbelster berekend worden als $a = \frac{\alpha}{p}$ waarbij dan a de hoekscheiding en p de parallax voorstelt. Hiermee vinden we alvast dat

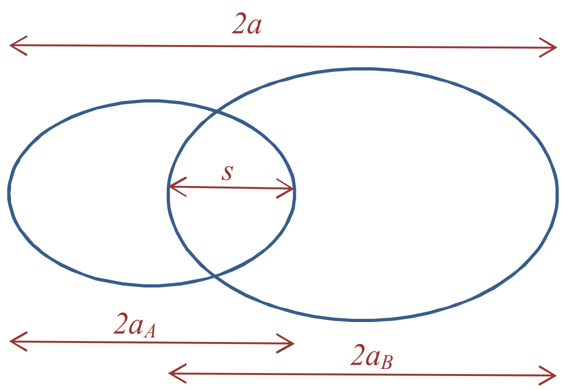
$$a^{(AE)} = \frac{\alpha}{p} = \frac{17{,}6''}{0{,}75''} = 23{,}46\ AE.$$

We gaan nu eerst even uit van de veronderstelling dat wij bovenop het baanvlak kijken (met andere woorden dat de inclinatie i van het baanvlak 0° bedraagt). Dan kan de gezamenlijke massa van de twee sterren bepaald worden aan de hand van de derde wet van Kepler:

$$m_A + m_B = \frac{a^3}{P^2}$$

waarbij dan m_A en m_B zijn uitgedrukt in zonsmassa’s, a in astronomische eenheden en P in jaar.
We vinden dat $m_A + m_B = \frac{23{,}46^3}{79^2} = 2{,}07\ M_\odot$.
Merk op dat we eigenlijk niet over a zelf beschikken, maar enkel over $a \sin i$, waardoor we dus eigenlijk $(m_A + m_B)\sin^3 i$ bepaald hebben.

b) Wat zijn de limieten voor de massa’s van de twee componenten afzonderlijk?



We gaan nu eerst even uit van de veronderstelling dat wij bovenop het baanvlak kijken (met andere woorden dat de inclinatie van het baanvlak 0° bedraagt).
Noemen we thans a_A en a_B de respectieve lengtes van de halve lange assen van de sterren A en B, dan is meteen duidelijk (zie figuur) dat

$$2a = 2(a_A + a_B) - s$$

waarbij s dan de minimale ruimtelijke scheiding tussen de twee sterren voorstelt.
Als ζ de minimale hoekscheiding tussen de componenten A en B voorstelt, dan vinden we dat

$$s^{(AE)} = \frac{\varsigma}{p} = \frac{4{,}2''}{0{,}75''} = 5{,}6\ AE$$

waaruit volgt dat

$$a_A + a_B = a + \frac{s}{2} = 23{,}46\ AE + 2{,}8\ AE = 26{,}26\ AE$$

Verder weten we dat $m_A a_A = m_B a_B$ en kennen we reeds $m_A + m_B$.
We beschikken dus slechts over drie vergelijkingen om vier onbekenden (m_A, m_B, a_A, a_B) te bepalen. Derhalve is bijkomende informatie nodig om de individuele massa’s te kunnen bepalen.

Open vragenreeks III: Melkwegstelsel

Vraag 1.
De Zon draait met een snelheid van 220 km/s rond het galactisch centrum van ons Melkwegstelsel en bevindt zich op een afstand van ongeveer 25000 lichtjaar van het galactisch centrum.
a) Stel dat je je buiten het Melkwegstelsel bevindt en je ons Melkwegstelsel 'edge-on' waarneemt door een telescoop (wat betekent de waarnemer zich in het vlak van het Melkwegstelsel bevindt, en dus als het ware de 'zijkant' ziet). Wat zou dan de waargenomen golflengte zijn van de dopplerverschoven HI-spectraallijn op de positie van de Zon? Je mag aannemen dat de Zon van jou wegbeweegt. De rustgolflengte van de HI-lijn bedraagt 21,12 cm.

We maken gebruik van de niet-relativistische dopplervergelijking $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$ waarbij $\Delta\lambda$ de waargenomen verandering in de golflengte voorstelt, λ_0 de rustgolflengte, v de rotatiesnelheid en c het snelheid van het licht in vacuüm.
We vinden hieruit $\Delta\lambda = \frac{v}{c}\lambda_0 = \frac{220\ km/s}{3{\cdot}10^5\ km/s} \times 21{,}12\ cm = 0{,}015\ cm.$
Aangezien de Zon van ons wegbeweegt, krijgen we een roodverschuiving en wordt de golflengte dus langer, met name 21,12 cm + 0,015 cm = 21,135 cm ≈ 21,14 cm.

b) Bereken de omloopperiode van de Zon rond het centrum van het Melkwegstelsel.

Wanneer we veronderstellen dat de Zon een cirkelvormige baan met straal r rond het centrum van het Melkwegstelsel beschrijft in een periode P, dan is de omloopsnelheid $v = \frac{2\pi r}{P}$, zodat dan $P = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \times 25000\ lj}{220\ km/s} = \frac{2\pi \times 25000\ lj \times 9{,}46{\cdot}10^{15}\ m/lj}{220000\ m/s} = 6{,}75 \cdot 10^{15}\ s \approx 2{,}14 \cdot 10^8\ jaar.$

c) Bereken hoeveel keer ons zonnestelsel ongeveer rond het centrum van het Melkwegstelsel draaide sinds het ontstaan van de Zon en de planeten.

Wanneer we aannemen dat de Zon en de planeten ongeveer 4,5 miljard jaar geleden ontstaan zijn, dan kunnen we het aantal omlopen van de Zon rond het centrum van het Melkwegstelsel berekenen als $N = \frac{4{,}5{\cdot}10^9\ jaar}{P} = \frac{4{,}5{\cdot}10^9\ jaar}{2{,}14{\cdot}10^8\ jaar} = 21{,}01$. De Zon draaide dus reeds 21 keer rond het centrum van het Melkwegstelsel.

Vraag 2.
a) Hoeveel massa van ons sterrenstelsel bevindt zich binnen de baan van de Zon rond het galactisch centrum (uit te drukken in zonsmassa's)?

Wanneer we een testmassa *m* beschouwen die zich op een afstand *r* van het centrum van het Melkwegstelsel bevindt, dan ondervindt die de gravitatiekracht van alle massa *M(r)* die zich binnen een straal *r* van het centrum van het Melkwegstelsel ophoudt.
Anderzijds leert de dynamica van de cirkelvormige beweging dat de centripetale versnelling van dergelijke testmassa $(v(r))^2 / r$ is, waarbij *v(r)* de rotatiesnelheid van de testmassa is.
Als we deze twee zaken combineren, komen we tot

$$G\frac{mM(r)}{r^2} = m\frac{(v(r))^2}{r}$$

waaruit volgt dat

$$M(r) = \frac{(v(r))^2 r}{G}$$

met G = 6,67 · 10^{-11} N m^2 kg^{-2} de universele gravitatieconstante.
Het invullen van de gegevens in de formule leidt dan tot

$$M(r) = \frac{(v(r))^2 r}{G} = \frac{(220000\, m/s)^2 \times 25000\, lj \times 9{,}46 \cdot 10^{15}\, m/lj}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\, m^3.kg^{-1}.s^{-2}} = 1{,}72 \cdot 10^{41}\, kg$$

wat ook nog neerkomt op 8,6·10^{10} zonsmassa's (rekening houdend met het feit dat de massa van de Zon ongeveer 2 · 10^{30} kg bedraagt).

b) Gas dat zich bevindt op 50000 lichtjaar van het centrum van het Melkwegstelsel heeft ook een baansnelheid van 220 km/s. Wat is de totale massa van het sterrenstelsel binnen een straal van 50000 lichtjaar van het galactisch centrum (uit te drukken in zonsmassa's).

Dit kunnen we volkomen analoog berekenen als voorgaande, of opmerken dat de enige wijziging erin bestaat dat de straal is verdubbeld. Dit leidt dan tot $M = 2 \times 8{,}6 \cdot 10^{10}\, M_\odot$ of dus 1,7·10^{11} zonsmassa's.

c) Stel dat sterrenkundigen bepalen dat binnen een straal van 50000 lichtjaar de massa van de sterren en het gas in totaal 2 · 10^{10} zonsmassa's bedraagt. Wat is dan de totale massa donkere materie binnen een straal van 50000 lichtjaar in het Melkwegstelsel? Welke fractie van de totale massa is dan donkere materie?

Uit het voorgaande luik weten we reeds dat de totale massa (donkere materie, sterren en gas) $M_{totaal} = 1{,}7 \cdot 10^{11}\, M_\odot$ bedraagt. De massa van de donkere materie M_{dm} kan dan berekend worden door hierop de massa van gas en sterren M_{gs} in mindering te brengen. De levert als resultaat $M_{dm} = M_{totaal} - M_{gs} = 1{,}7 \cdot 10^{11}\, M_\odot - 2 \cdot 10^{10}\, M_\odot = 1{,}5 \cdot 10^{11}\, M_\odot$.
De fractie aan donkeren materie bedraagt dan $\frac{M_{dm}}{M_{totaal}} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{11}\, M_\odot}{1{,}7 \cdot 10^{11}\, M_\odot} = 0{,}88$ of dus 88%.

d) Stel dat er zich geen extra massa bevindt buiten de baan van de Zon rond het galactisch centrum, wat zou dan de omloopsnelheid zijn op een straal van 50000 lichtjaar?

Op een afstand $r = 25000\ lj$ bedraagt de omloopsnelheid van de Zon $v_r = 220\ km/s$. De massa die zich binnen deze straal bevindt, noteren we als M_r. Zoals hoger uitgelegd, geldt dan dat $v_r^2 = G\frac{M_r}{r}$.
Wanneer er zich geen extra massa bevindt buiten de baan van de Zon, zal de massa binnen de straal $d = 50000\ lj$ eveneens $M_d = M_r$ bedragen. Derhalve zal dan de omloopsnelheid op afstand d gelijk zijn aan $v_d^2 = G\frac{M_d}{d} = G\frac{M_r}{d}$.
Nemen we nu de verhouding van v_d^2 en v_r^2 dan vinden we dat $\frac{v_d^2}{v_r^2} = \frac{G\frac{M_r}{d}}{G\frac{M_r}{r}} = \frac{r}{d}$ waaruit volgt dat $v_d = \sqrt{\frac{r}{d}}v_r = \sqrt{\frac{25000\ lj}{50000\ lj}} \times 220\ km/s = 155\ km/s$.

Open vragenreeks IV: straling

Vraag 1.
a) Leg bondig uit wat een zwarte straler is. In de sterrenkunde wordt het spectrum van een ster vaak benaderd door dat van een zwarte straler met eenzelfde temperatuur als de ster. Waarin zullen beide spectra in de praktijk van elkaar afwijken? (Zorg ervoor dat in je uitleg minstens de wetten aan bod komen die gebruikt worden bij het beantwoorden van de verdere luiken van deze vraag.)

Een zwarte straler is een lichaam dat alle straling die erop invalt, absorbeert. Deze is ook in thermisch evenwicht met zijn omgeving, wat wil zeggen dat het lichaam op een constante temperatuur blijft. Hierdoor zal het voorwerp ook straling uitzenden volgens de wet van Planck, Deze distributies kunnen als volgt geschreven worden:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}}-1}$$

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}}-1}$$

Deze hangen enkel af van de temperatuur van de zwarte straler. Het totale vermogen per oppervlakte-eenheid uitgezonden door de zwarte straler wordt bepaald door de wet van Stefan-Boltzmann:

$$\rho = \sigma T^4$$

met

$$\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\,\frac{W}{m^2K^4}.$$

Verder wordt de golflengte waarop de spectrale emissie haar maximale waarde bereikt, gegeven door de wet van Wien:

$$\lambda_{max}T = b$$

met

$$b = 2{,}8978 \times 10^{-3}\, m\, K\,.$$

b) Bereken de totale emissie van een zwarte straler op de volgende temperaturen: 1 K, 300 K, 5000 K.

Gebruik van de wet van Stefan-Boltzmann levert volgende resultaten:

$$T = 1K \quad\Longrightarrow\quad \rho = \sigma T^4 = 5{,}67 \times 10^{-8}\,\frac{W}{m^2}$$

$$T = 300K \quad\Longrightarrow\quad \rho = \sigma T^4 = 459{,}27\,\frac{W}{m^2}$$

$$T = 5000K \quad\Longrightarrow\quad \rho = \sigma T^4 = 3{,}57 \times 10^{7}\,\frac{W}{m^2}$$

c) Bepaal voor al deze zwarte stralers (1 K, 300 K, 5000 K) ook de golflengte waarop de spectrale emissie haar maximale waarde bereikt.

De wet van Wien kan omgevormd worden tot:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$$

Hiermee kan telkens de maximale golflengte in de emissiedistributie berekend worden:

$$T = 1K \quad \Longrightarrow \quad \lambda_{max} = 2{,}898 \times 10^{-3}m$$
$$T = 300K \quad \Longrightarrow \quad \lambda_{max} = 9{,}66 \times 10^{-6}m$$
$$T = 5000K \quad \Longrightarrow \quad \lambda_{max} = 5{,}796 \times 10^{-7}m$$

d) Gebruik de zopas gevonden resultaten om te verklaren waarom bij directe waarnemingen van exoplaneten in het infrarood gekeken wordt.

Een ster zal het meeste licht uitzenden in het zichtbare deel van het spectrum, waar de spectrale emissie van een planeet (300K) een stuk lager zal liggen. Bij rechtstreekse observaties is het spectrum te zoeken waar de golflengte van de planeet kan concurreren met de straling die uitgezonden wordt door de ster. De piek van het emissiespectrum van een planeet zal in het infrarood liggen (300K). De ster zal hier nog steeds een pak meer straling uitzenden dat de planeet zelf, maar het verschil is veel kleiner dan dat het zou zijn in het zichtbare deel van het spectrum. In het infrarode deel is dit verschil zo klein mogelijk en dit levert dus de beste resultaten voor rechtstreekse waarnemingen voor exoplaneten.

e) Bereken de oppervlaktetemperatuur T van de Zon als je er van kan uitgaan dat het een sferische zwarte straler is met een straal van $7 \cdot 10^8$ m. De intensiteit van de straling van de Zon aan het aardoppervlak is $1{,}4 \cdot 10^3$ Wm^{-2} en de afstand tussen de Zon en Aarde bedraagt $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m. Gebruik de gevonden waarde voor de temperatuur om de golflengte te bepalen waarop de Zon het meeste straling uitzendt.

Het vermogen per oppervlakte-eenheid wordt gegeven door de wet van Stefan-Boltzmann en het totale vermogen uitgezonden door de Zon kan geschreven worden als:

$$L = 4\pi R^2\, \rho = 4\pi R^2\, \sigma T_{eff}^4$$

waarbij R de straal van de Zon voorstelt.
Anderzijds kan het totale vermogen ook geschreven worden in functie van de intensiteit f_v die op Aarde (op afstand d van de Zon) waargenomen kan worden:

$$L = 4\pi d^2 f_v\,.$$

Beide vergelijkingen combineren levert volgend resultaat op:

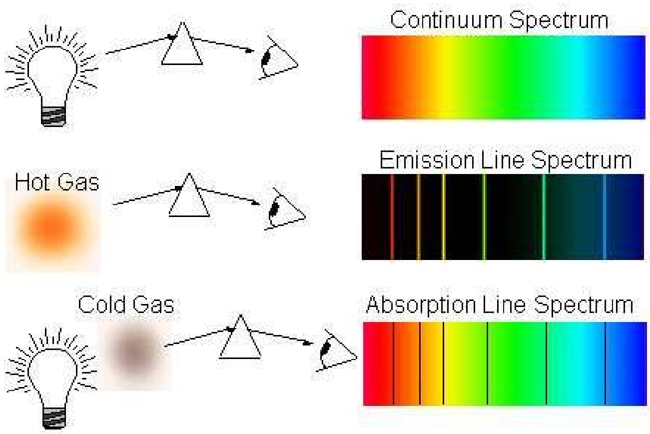
$$T_{eff} = \sqrt[4]{\frac{d^2 f_v}{R^2 \sigma}} = 5497\ K$$

Deze uitkomst gebruiken in de wet van Wien leidt dan verder tot

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T_{eff}} = 5{,}27 \times 10^{-7}m = 527\ nm\,.$$

Vraag 2.
a) In ons Melkwegstelsel bevinden zich veel gaswolken. Het meeste licht van objecten zal dus doorheen zo'n wolk gepasseerd zijn voordat het ons bereikt. In deze gaswolken kan er zowel absorptie als emissie van straling op een bepaalde golflengte gebeuren. Leg deze mechanismen uit en leg uit wat de oorsprong van deze mechanismen is. Leg zeker uit wat een spectrum is en hoe absorptie- en emissielijnen zich daarin kunnen uiten. Geef van beide een voorbeeld.

Een spectrum van een object stelt de hoeveelheid licht voor per golflengte/frequentie dat uitgezonden wordt door dat voorwerp. Absorptie treedt op als een continu spectrum invalt op bijvoorbeeld een gaswolk en als daaruit licht met een bepaalde frequentie verdwijnt. Dit komt voor doordat bij atomen en moleculen slechts een beperkt aantal energietoestanden mogelijk is en dus enkel licht van bepaalde frequenties kan absorberen om de elektronen naar een hogere toestand in een atoom kan krijgen. Dit is een aangeslagen toestand van een atoom.
Verder kan een aangeslagen atoom ook terugvallen naar een toestand met een lagere energie. Hierbij kan licht met een bepaalde frequentie uitgezonden worden. Dit kan dan resulteren in een emissielijn in het waargenomen spectrum.
Het feit of een wolk belicht wordt of niet langsheen de gezichtslijn zal ervoor zorgen dat we enerzijds de lijnen als absorptielijnen of emissielijnen zullen waarnemen. Zoals weergegeven op bijgaande figuur.



b) Straling zal tegengehouden als het door een materiaal passert. Hoeveel er wordt tegengehouden of geabsorbeerd, wordt weergegeven door de wet van Lambert-Beer:

$$I_\nu = I_{\nu,0}\, e^{-\mu d}$$

waarbij $I_{\nu,0}$ de invallende intensiteit op het materiaal is bij een frequentie ν en I_ν de uittredende intensiteit is nadat het licht door een laag (met dikte d) van het materiaal gereisd heeft. De parameter µ is de zogenaamde attenuatiecoëfficiënt en bepaalt hoeveel licht er doorheen het materiaal gaat. Gebruik deze formule om het concept van een optisch dikke en optische dunne gaswolk uit te leggen.

De wet van Lambert-Beer luidt als volgt:

$$I_\nu = I_{\nu,0} e^{-\mu d}$$

Dit zal resulteren in een waargenomen intensiteit I_ν die kleiner is dan de oorspronkelijke straling $I_{\nu,0}$ die op de wolk invalt.
Een wolk die optisch dik is voor en bepaalde frequentie ν zal veel straling in deze frequentieband tegenhouden. Hiervoor zullen we dus hebben dat $\mu d \gg 1$. Anderzijds zal een wolk die optisch dun is voor een bepaalde frequentie ν slechts weinig straling met deze frequentie tegenhouden. Hiervoor zal dus gelden dat $\mu d < 1$.

c) Een optisch dunne bron waarop geen straling invalt, heeft een lijn in zijn spectrum. Is dit een emissie- of absorptielijn? Wat als de lijn optisch dun is en het continuüm optisch dik? En wat als het tegenovergestelde (lijn optisch dik en continuüm optisch dun) het geval is?

De waargenomen intensiteit kan geschreven worden als

$$I_\nu(\mu_\nu(d)) = I_\nu(\mu_\nu(0))e^{-\mu_\nu(d)} + S_\nu(1 - e^{-\mu_\nu(d)})$$

Aangezien de bron onbelicht is, is $I_\nu(\mu_\nu(0)) = 0$ waardoor de waargenomen intensiteit geschreven kan worden als

$$I_\nu(\mu(d)) = S_\nu(1 - e^{-\mu_\nu(d)})$$

waarin S_ν de straling is die door de bron zelf wordt uitgezonden op een bepaalde frequentie ν.
Voor een optisch dunne $\mu(d)$ waarvoor geldt $\mu(d) < 1$ geldt:

$$I_\nu = S_\nu \mu(d)$$

Voor een optisch dikke $\mu(d)$ waarvoor geldt $\mu(d) \gg 1$ geldt:

$$I_\nu = S_\nu$$

Situatie 1: Optisch dunne lijn op ν_0 waarvoor geldt $\mu_{\nu_0} < 1$ en optisch dik continuüm ν waarvoor geldt $\mu_\nu \gg 1$
Als we ervan uitgaan dat $S_{\nu_0} \approx S_\nu$ dan krijgen we:

$$\frac{I_{\nu_0}}{I_\nu} = \frac{S_{\nu_0}\mu_{\nu_0}}{S_\nu} < 1$$

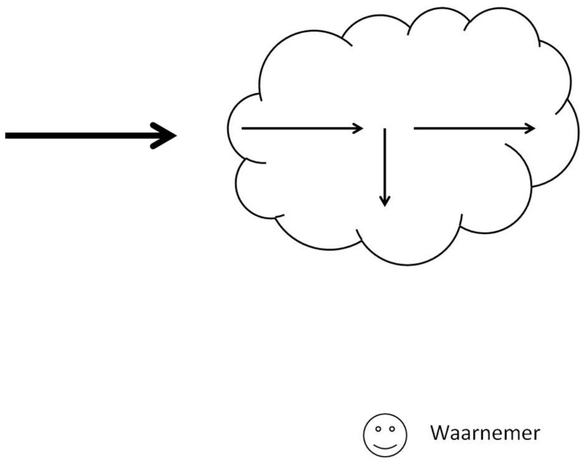
Wat resulteert in een absorptielijn.

Situatie 2: Optisch dikke lijn op ν_0 waarvoor geldt $\mu_{\nu_0} \gg 1$ en optisch dun continuüm ν waarvoor geldt $\mu_\nu < 1$
Als we ervan uitgaan dat $S_{\nu_0} \approx S_\nu$ dan krijgen we:

$$\frac{I_{\nu_0}}{I_\nu} = \frac{S_{\nu_0}}{S_\nu \mu_\nu} > 1$$

Wat resulteert in een emissielijn.

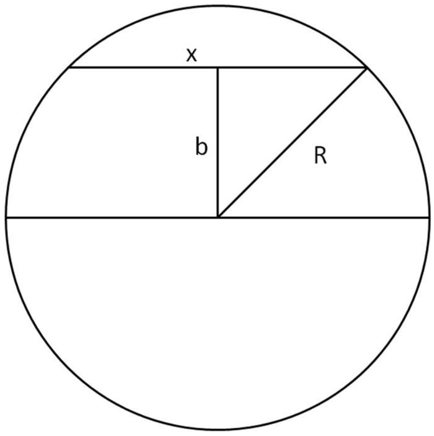
Deze situaties kunnen ook duidelijk gemaakt worden met behulp van de figuur hiernaast. Langsheen de gezichtslijn van de waarnemer wordt de wolk niet belicht, dus de waarnemer ziet enkel wat er door de wolk zelf wordt uitgezonden. Stel nu dat de bron wel belicht wordt uit een richting verschillend van de gezichtslijn. Een optisch dikke lijn zal meer verstrooid worden en de waarnemer zal dus meer licht opvangen met deze golflengte. De waarnemer zal deze lijn dus als een emissielijn waarnemen. Het omgekeerde geldt voor een optisch dunne lijn, wat resulteert in een absorptielijn.



d) Een sferisch symmetrische wolk van gas heeft een emissiviteit P_ν, wat de emissie per seconde per volume en per frequentieband voorstelt. De wolk is optisch dun en heeft een straal R, een temperatuur T en bevindt zich op een afstand D van de waarnemer.

- Wat is de gemeten intensiteit op een straal parallel aan de gezichtslijn op een geprojecteerde afstand D van het centrale punt van de wolk.
- Stel een formule op voor de effectieve temperatuur van de wolk.
- Wat is de flux van deze wolk, waargenomen door de waarnemer?
- Los bovenstaande vragen op voor een wolk die optisch dik is.

Het is de bedoeling om de intensiteit langsheen de gezichtslijn te bepalen op een afstand b van de sferische wolk zoals voorgesteld in de figuur hiernaast.



De emissiviteit P_ν wordt uitgedrukt in watt per kubieke meter per Hz. Deze stelt dus het uitgestraald vermogen per volume-eenheid bij een welbepaalde frequentie voor. Verder kunnen we ook de emissiviteit per eenheid van ruimtehoek definiëren voor een waarnemer op een afstand D:

$$j_\nu = \frac{P_\nu}{4\pi D^2}$$

De waargenomen intensiteit op een afstand b van het centrum van de wolk voor een waarnemer op een afstand D kan dan gegeven worden door:

$$I_\nu = j_\nu x = \frac{P_\nu}{4\pi D^2}\sqrt{R^2 - b^2}$$

met $W\ m^{-2} Hz^{-1} Sr^{-1}$ als eenheid.

De totale lichtkracht van de bron kan geschreven worden als

$$L = 4\pi R^2 \left(\sigma T_{eff}^4\right)$$

Anderzijds kan het totaal uitgezonden vermogen ook geschreven worden als

$$L = \frac{4}{3}\pi R^3 \int P_\nu d\nu = \frac{4}{3}\pi R^3 P$$

waarin P het totale vermogen per volume-eenheid voorstelt.
Beide vergelijkingen combineren levert als resultaat:

$$T_{eff} = \sqrt[4]{\frac{R}{3\sigma}P}$$

Het totale vermogen kan ook geschreven worden in functie van de flux f die waargenomen wordt op Aarde:

$$L = 4\pi D^2 f$$

waaruit volgt dat

$$f = \frac{R^3}{3D^2}P$$

Voor een optisch dikke wolk zal enkel de straling te zien zijn die uitgezonden wordt aan het oppervlak van de wolk. Hiertoe kunnen we de emissiviteit P_ν uitdrukken in watt per vierkante meter per Hz. Hiertoe kan de waargenomen intensiteit geschreven worden als

$$I_\nu = \frac{P_\nu}{4\pi D^2}$$

Het totale vermogen van de wolk kan dan ook geschreven worden als

$$L = 4\pi R^2 \int P_\nu d\nu = 4\pi R^2 P$$

waarin P in dit geval het totale vermogen per oppervlakte-eenheid voorstelt.
Hieruit volgt dat

$$T_{eff} = \sqrt[4]{\frac{P}{\sigma}}$$

Dezelfde uitdrukking voor het totale vermogen gebruiken levert dan een flux op van

$$f = \frac{R^2}{D^2} P$$

Open vragenreeks V: kernfusie

Vraag 1.
In de kern van de Zon wordt rustmassa (of rustenergie) omgezet in stralingsenergie via de fusie van vier waterstofkernen tot een heliumkern.
a) Veronderstel dat de massa van een waterstofkern gelijk is aan 1,00794 amu (1 amu = 1 atomaire massa-eenheid) en de massa van een heliumkern gelijk is aan 4,002602 amu; hoeveel stralingsenergie komt er dan per reactie vrij (zowel uit te drukken in joule als in elektronvolt)?

Het massaverschil Δm van $4 \times 1{,}00794$ amu $- 4{,}002602$ amu $= 0{,}029158$ amu (waarbij 1 amu = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg) wordt omgezet in energie volgens de formule van Einstein:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 0{,}029158 \times 1{,}66 \cdot 10^{-27} \times (3 \cdot 10^8)^2 = 4{,}36 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{J}$$

Gezien verder 1 J = $6{,}2415096 \times 10^{18}$ eV vinden we ook nog dat $\Delta E = 2{,}72 \cdot 10^7$ eV = 27,2 MeV.

b) De lichtkracht van de Zon bedraagt ongeveer $3{,}9 \cdot 10^{26}$ watt. Hoeveel zulke reacties grijpen er dan plaats per seconde?

Er grijpen $\frac{3{,}9 \cdot 10^{26}\ \mathrm{W} \cdot 1\ \mathrm{s}}{4{,}36 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{J}} = 8{,}95 \cdot 10^{37}$ reacties per seconde plaats.

c) Hoeveel massa wordt er dus in de kern van de Zon per seconde omgezet naar stralingsenergie?

Daarbij wordt $8{,}95 \cdot 10^{37} \times 0{,}029158 \times 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg/s} = 4{,}33 \cdot 10^9\ \mathrm{kg/s}$ massa omgezet in stralingsenergie.

Vraag 2.
De temperatuur in de kern van de Zon bedraagt ongeveer 15 miljoen kelvin. Het gas in de kern van de Zon is hoofdzakelijk waterstof, en kan worden beschouwd als een ideaal gas.
a) Wat is dan de gemiddelde snelheid van de gasdeeltjes?

De gemiddelde snelheid v van de gasdeeltjes kan worden berekend uit de kinetische energie, op basis van de formule $E_k = \frac{1}{2} m v^2$, waarbij in dit geval m = 1,00794 amu = $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg. In een ideaal gas (met drie vrijheidsgraden) op temperatuur T, bestaande uit eenatomige moleculen heeft een deeltje een kinetische energie $E_k = \frac{3}{2} kT$, waarbij $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K de constante van Boltzmann voorstelt. Door beide uitdrukkingen voor E_k aan elkaar gelijk te stellen, vinden we dat $v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx 6{,}1 \cdot 10^5\ m/s$.

b) De temperatuur in de kern van de Zon is zo hoog dat de waterstofdeeltjes er uiteraard geïoniseerd zijn. Dit betekent dat de elektronen en de protonen van de waterstofatomen niet meer samenhangen, maar onafhankelijk van elkaar bewegen. Wetende wat de temperatuur in de kern is, hoe dicht kunnen de protonen elkaar dan gemiddeld naderen?

Een geladen deeltje in een elektrisch veld bevindt zich in een krachtveld en daardoor is er in het deeltje potentiële energie opgeslagen. De elektrische energie kan berekend worden uit $E_e = F_e.r = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q.q}{r^2}.r = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q^2}{r}$ waarbij F_e de Coulomb-kracht voorstelt en $\frac{1}{4\pi\varepsilon} = 8{,}988 \cdot 10^9 \ N.m^2.C^{-2}$. In dit geval is $q = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$ de lading van een proton. Door terug te identificeren met $E_k = \frac{3}{2}kT$ bekomen we dat $r = \frac{2}{3}\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q^2}{kT} \approx 7{,}41 \cdot 10^{-13}\ m.$

c) Vergelijk dit even met de grootte van een waterstofkern. Hoeveel waterstofkernen passen in deze opening?

De diameter van een waterstofkern (proton) is ongeveer $1{,}75 \cdot 10^{-15}$ m. Er passen dus ongeveer $\frac{7{,}41 \cdot 10^{-13}}{1{,}75 \cdot 10^{-15}} \approx 423$ kernen in de opening.

d) Er is dus blijkbaar nog een redelijk grote afstand tussen de waterstofkernen... Het is duidelijk dat de kinetisch energie van de deeltje niet groot genoeg is om de deeltjes dicht genoeg bij elkaar te kunnen krijgen zodanig dat er kernfusie kan optreden. We hebben een extra fenomeen nodig dat de protonen zal toelaten om fusie te ondergaan. Het fenomeen in kwestie komt voor in het vreemde rijk van de kleine deeltjes (de kwantumtheorie), en wordt het 'tunneleffect' genoemd ('quantum tunneling' in het Engels)! Zoek op wat dit effect inhoudt, en beschrijf in enkele zinnen wat jij denkt te verstaan onder 'tunneleffect'.

Tunneleffect of tunneling is het effect in de kwantummechanica waarbij een deeltje door een barrière heen gaat, terwijl het niet voldoende energie heeft om over de barrière heen te gaan. Dit heet het tunneleffect, omdat de energiebarrière is voor te stellen als een hoge berg. Het deeltje dat te weinig energie heeft om over de berg heen te komen, gaat als het ware door een tunnel naar de andere zijde. De oorzaak van tunneling is de overlap tussen de golffuncties aan weerszijden van de energiebarrière die elk in de barrière een zeer kleine waarde hebben, maar niet nul zijn. Het verschijnsel houdt verband met de onzekerheidsrelatie van Heisenberg: als men precies weet hoeveel energie een deeltje heeft, kan men onmogelijk weten waar (aan welke zijde van de barrière) het zich precies bevindt en als men precies weet waar het deeltje is, kan men onmogelijk precies weten hoeveel energie het heeft.
Het tunneleffect vindt plaats wanneer een kwantumdeeltje een 'schijnbaar' onoverkomelijke hindernis tegenkomt. Een goede analogie is een voetbalveld met een torenhoge muur die er dwars doorheen loopt. Hoe hard of hoe hoog je de bal ook gooit of schopt, je zal via de 'gewone' methode de bal nooit over de muur in het overstaande doel kunnen krijgen. In de 'normale' wereld bezitten deeltjes een absolute positie en snelheid in de ruimte; in de kwantumwereld is dat evenwel niet het geval (gezien het onzekerheidsprincipe van Heisenberg), maar worden deeltjes

beschreven door een ‘golffunctie’ (die voldoet aan de Schrödinger vergelijking), die uitdrukt wat de kans is dat men op een zekere plaats het deeltje zou kunnen terugvinden. Een eigenaardige eigenschap van deze golffunctie is dat deze doorheen de ‘kwantumbarrière’ weliswaar wordt gedempt, maar niet tot een nulwaarde. Dit wil zeggen dat de golffunctie aan de overkant van de barrière nog altijd een eindige waarde heeft en dat er dus een eindige kans bestaat dat men het deeltje terugvindt aan de overkant. Om de analogie te vervolledigen: de kans bestaat dus dat als je genoeg met de bal tegen de muur schopt, de bal plots doorheen de muur vliegt (zonder schade aan de muur).

Dit is het einde van de eerste ronde van
de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2014.