Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2016

Oplossingen

4 april 2016

In dit document worden oplossingen voorgesteld voor de vragen van de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2016. Het spreekt voor zich dat andere methodes eventueel ook tot correcte oplossingen kunnen leiden.

Vlaamse Sterrenkunde Olympiade
Vereniging Voor Sterrenkunde
Oostmeers 122c
8000 Brugge

Het organiserend comité van de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2016: Jelle Dhaene (UGent), Ward Homan (KULeuven), Frank Tamsin (VVS), Sébastien Viaene (UGent) en Walter Van Rensbergen (VUB).

http://www.sterrenkundeolympiade.be
info@sterrenkundeolympiade.be

Meerkeuze vragenreeks

1. Komeet 67P/Churyumov-Gerasimenko beschrijft haar baan rond de Zon in 6,44 jaar. Wat is de lengte van de halve grote as van de baan van deze komeet (AE = astronomische eenheid)?
a) 41,47 AE.
b) 16,34 AE.
c) 6,44 AE.
d) 3,46 AE.
e) 1,86 AE.

Dit volgt uit de derde wet van Kepler voor de beweging van een hemellichaam in een baan rond de Zon:

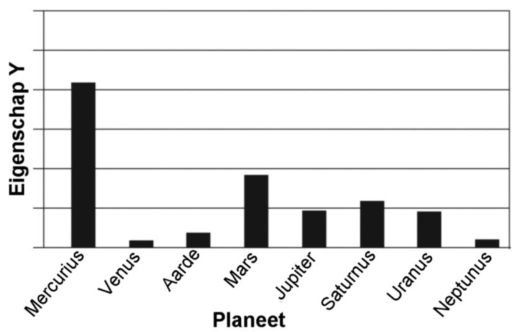
$$P^2 = a^3$$

waarbij P de periode (uitgedrukt in jaar) van het object voorstelt, en a de lengte van de halve grote as van de baan (uitgedrukt in AE).

2. Welk van volgende uitspraken over de zonneconstante is waar?
a) De waarde van de zonneconstante is omgekeerd evenredig met de vierde macht van de afstand van een object tot de Zon.
b) De waarde van de zonneconstante is groter op Aarde dan op Mars.
c) De waarde van de zonneconstante is overal in het zonnestelsel gelijk.
d) De waarde van de zonneconstante staat los van de wet van Stefan-Boltzmann.
e) Geen van bovenstaande uitspraken is correct.

De zonneconstante is gedefinieerd als de hoeveelheid stralingsenergie afkomstig van de Zon die per seconde passeert door een oppervlak loodrecht op de stralingsrichting van 1 m^2 op de afstand van een planeet tot het middelpunt van de Zon. De waarde van de zonneconstante op Aarde bedraagt ongeveer 1361 W/m^2. Op Mars is dit ongeveer 589 W/m^2. Deze waarde kan berekend worden aan de hand van de wet van Stefan-Boltzmann.

3. Welke eigenschap van de planeten in ons zonnestelsel wordt op de grafiek rechts voorgesteld door eigenschap Y, aannemende dat de schaal op de as arbitrair (maar wel lineair) is?
a) massa van de planeet;
b) dichtheid van de planeet;
c) excentriciteit van de baan;
d) rotatieperiode van de planeet;
e) geen van bovenstaande.



Ter illustratie: de excentriciteit van de omloopbaan van de Aarde is tegenwoordig ongeveer 0,0167; voor Mercurius is dit 0,2056.

4. De terrestrische planeten zijn rotsachtig. Hoe is dit te verklaren?
a) De Zon heeft alle waterstof en helium in het binnenste deel van het zonnestelsel omgezet in ijzer en nikkel.
b) Door de gravitatie van de Zon zijn voornamelijk zware elementen naar het binnenste deel van het zonnestelsel toe getrokken.
c) Eenmaal planetesimalen gevormd waren, zijn de rotsachtige binnenwaarts afgedreven, terwijl de ijsachtige zich meer naar de buitengebieden van het zonnestelsel bewogen hebben.
d) Alleen rotsachtig materiaal was in staat om te condenseren in de hete binnendelen van het vroege zonnestelsel.
e) De terristrische planeten zijn oorspronkelijk ver weg van de Zon gevormd (waar zich veel rotsachtig materiaal bevond) en zijn pas later naar de binnendelen van het zonnestelsel gemigreerd.

De vorming van deze gasreuzen gebeurt echter achter de vrieslijn: hier vallen niet alleen rotsachtige materialen in op de planeten, maar ook ijscomponenten van stoffen die enkel in gasvorm voorkomen op de plaats waar de binnenste planeten gevormd worden.

5. De getijdenwerking tussen de Aarde en de Maan veroorzaakt
a) dat de aardrotatie vertraagt en dat de Maan langzaam naar de Aarde toe beweegt.
b) dat de aardrotatie vertraagt en dat de Maan langzaam van de Aarde weg beweegt.
c) dat de aardrotatie versnelt en dat de Maan langzaam naar de Aarde toe beweegt.
d) dat de aardrotatie versnelt en dat de Maan langzaam van de Aarde weg beweegt.
e) geen meetbare effecten.

Door de getijdenkrachten van de Maan vertragen de rotatie van de Aarde. Omwille van behoud van hoekmoment zal de omloopsnelheid van de Maan toenemen en neemt de afstand tot de Aarde dus toe.

6. Welk van volgende hemellichamen heeft geen zichtbare kraters.
a) Mercurius.
b) De Maan.
c) De Aarde.
d) Mars.
e) Uranus.

7. De dikke atmosfeer van Venus leidt tot een hoge temperatuur aan het oppervlak van de planeet. Wat is hiervan de oorzaak?
a) De atmosfeer reflecteert het meeste zonlicht terug in de ruimte.
b) Hoge winden in de dikke atmosfeer genereren warmte door wrijving.
c) De atmosfeer belet dat infrarode straling van Venus kan ontsnappen.
d) In de atmosfeer doen zich chemische reacties voor die warmte produceren.
e) Geen van bovenstaande.

8. Welk van volgende uitspraken over zonnevlekken is waar?
a) Zonnevlekken hebben een hogere temperatuur dan het omringende zonsoppervlak.
b) Zonnevlekken zijn hetzelfde als spicules in de chromosfeer.
c) Zonnevlekken zijn gebieden met sterke magnetische velden.
d) Zonnevlekken zijn het gevolg van schokgolven in de corona van de Zon.
e) Zowel a als c zijn waar.

9. Een ruimteschip bevindt zich als een satelliet in een baan om de aarde op 100 km boven het oppervlak van de Aarde. Hoe groot is de nettokracht op een astronaute in rust binnenin het ruimtestation.
a) Gelijk aan haar gewicht op Aarde.
b) Een beetje minder dan haar gewicht op Aarde.
c) Minder dan de helft van haar gewicht op Aarde.
d) Nul (want ze is gewichtloos).
e) Een beetje meer dan haar gewicht op Aarde.

De nettokracht tussen twee objecten kan berekend worden aan de hand van de universele gravitatiewet van Newton:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

waarbij m_1 en m_2 de massa's van de twee objecten voorstellen en r hun onderlinge afstand. De afstand onderlinge afstand is net iets groter in het ruimteschip dan op Aarde.

10. Waarom waren de Oude Grieken niet in staat om stellaire parallaxen te meten?
a) De sterren zijn te zwak.
b) De sterren bevinden zich te ver weg.
c) De sterren zijn te rood.
d) De Maan is te helder.
e) Ze beschikten niet over spectrografen om sterspectra te bekomen.

Voor het meten van stellaire parallaxen is helderheid of kleur niet van belang. Dit gebeurt ook niet met een spectroscoop. De parallax van een ster is omgekeerd evenredig met de afstand van de ster. De Oude Grieken beschikten niet over instrumenten om dergelijke kleine hoeken te kunnen meten.

11. De Amerikaanse stad Los Angeles bevindt zich op 34,05° noorderbreedte en 118,25° westerlengte. Welk van volgende sterren zal nooit boven de horizon van Los Angeles komen?
a) Een ster met declinatie +60°.
b) Een ster met declinatie +45°.
c) Een ster met declinatie 0°.
d) Een ster met declinatie –45°.
e) Een ster met declinatie –60°.

De hoogte van de noordelijke hemelpool komt overeen met de plaatselijke breedteligging ϕ. De maximale hoogte van de hemelevenaar is dan $90° - \phi$. Een ster met een declinatie die kleiner is dan $-(90° - \phi)$ komt dus nooit boven de horizon. In het geval van Los Angeles komen sterren met een declinatie kleiner dan $34{,}05° - 90° = -55{,}95°$ dus nooit boven de horizon.

12. Waarnemingen van sterbedekkingen door een planeet laten ons toe om volgende informatie te achterhalen:
a) de diameter van de planeet;
b) het feit of de planeet ringen heeft;
c) de chemische samenstelling van de planeet;
d) zowel a als b;
e) zowel b als c.

De ringen rond Uranus werden voor het eerst ontdekt toen ze een ster occulteerden in 1977. Een bedekking van een ster door een planeet of planetoïde die waargenomen wordt vanaf verschillende plaatsen op Aarde kan helpen de vorm en diameter van de planeet of planetoïde te bepalen. Bij dergelijke gebeurtenissen zal de nauwkeurigheid toenemen naarmate er meer waarnemers op verschillende plekken zijn. Waarnemingen van sterbedekkingen kunnen evenwel geen informatie opleveren over de chemische samenstelling van een planeet of planetoïde, maar eventueel wel over de chemische samenstelling van de atmosfeer (via spectroscopie).

13. Wat is op dit ogenblik de grootte-orde van het aantal bevestigde exoplaneten?
a) Geen enkele is echt bevestigd.
b) Er zijn er ongeveer een tiental bevestigd.
c) Er zijn er ongeveer een honderdtal bevestigd.
d) Er zijn er reeds meer dan duizend bevestigd.
e) Er zijn er reeds miljoenen bevestigd.

Het precieze aantal bevestigde exoplaneten verandert natuurlijk voortdurend, maar bedraagt momenteel (april 2016) ongeveer tweeduizend. Zie bijvoorbeeld *http://exoplanets.org/* of *http://phl.upr.edu/projects/habitable-exoplanets-catalog/media/pte*.

14. In een ver verwijderd planetenstelsel beschrijven twee planeten A en B een baan rond een centrale hoofdreeksster (zoals onze Zon). Een dag op planeet A duurt 20 aardse uren en er zijn 240 dergelijke dagen in een jaar op planeet A. Een dag op planeet B duurt 38 aardse uren en er zijn 220 dergelijke dagen in een jaar op planeet B. Hoe lang duurt de synodische periode van deze twee planeten, uitgedrukt in aardse jaren?
a) 1,1 jaar.
b) 1,2 jaar.
c) 1,3 jaar.
d) 1,4 jaar.
e) 1,5 jaar.

De periode van planeet A bedraagt P_A = 20 uur x 240 = 4800 uur = 200 dagen = 0,55 jaar.
De periode van planeet B bedraagt P_B = 38 uur x 220 = 8360 uur = 348,3 dagen = 0,95 jaar.
De synodische periode van planeet B is de tijd die verstrijkt totdat die planeet B – gezien vanaf planeet A – weer op dezelfde plaats aan de hemel staat ten opzichte van de centrale ster.
De gemiddelde hoeksnelheden van de planeten bedragen respectievelijk 360°/P_A en 360°/P_B. Na een synodische periode $P_{A,B}$ zal de binnenste planeet A een omloop meer beschreven hebben dan de buitenste, zodat

$$P_{A,B}\frac{360°}{P_A} = 360° + P_{A,B}\frac{360°}{P_B}$$

Hieruit volgt meteen

$$\frac{1}{P_{A,B}} = \frac{1}{P_A} - \frac{1}{P_B}$$

Na het invullen van de nodige gegevens volgt hieruit $P_{A,B} \approx$ 1,285 jaar ≈ 1,3 jaar.

15. Een ster heeft een absorptiespectrum met talrijke siliciumlijnen. Vooraleer het sterlicht de waarnemer bereikt, passeert het doorheen een koude gaswolk die een grote hoeveelheid silicium bevat. Wat zal de waarnemer dan detecteren?
a) Een absorptiespectrum met veel siliciumlijnen.
b) Een absorptie- en emissiespectrum met lijnen die corresponderen met silicium.
c) Een emissiespectrum met veel siliciumlijnen.
d) Een continu spectrum.
e) Geen van de voorgaande.

Atomen bestaan uit protonen en elektronen. De elektronen bevinden zich rondom de protonenkern, en kunnen enkel bestaan in discrete energieniveaus. Als een lichtdeeltje inslaat op het atoom, dan zal het atoom de energie van het lichtdeeltje enkel absorberen als deze hoeveelheid energie perfect correspondeert met een verschil in energieniveau tussen twee elektronen. Zo niet, dan is het atoom volledig ongevoelig voor het licht, en gaat het lichtdeeltje dwars doorheen het atoom. Als je dus met een grote lamp (bijvoorbeeld een ster) schijnt op een wolk opgemaakt uit één soort element, bijvoorbeeld. silicium, dan zullen enkel de fotonen die een energie bezitten die exact correspondeert met een verschil in energieniveau in de elektronenstructuur van het atoom geabsorbeerd worden door het gas. Als je je dan achter de gaswolk bevindt, en je klijkt naar het energiespectrum van het licht, dan zal je zien dat je voor bepaalde energieën veel minder doorstroming van licht krijgt. Dit is een absorptielijn, en is dus zeer sterk afhankelijk van de elektronenstructuur van het element dat dit veroorzaakt heeft. Zulke lijnen laten astronomen toe om de elementaire compositie van hemellichamen te onderzoeken.

16. We beschouwen het spectrum van een sterrenstelsel met roodverschuiving z = 1. Op welke golflengte bevindt zich dan de Hα-lijn (die normaal golflengte 656 nm heeft)?
a) 32,6 nm.
b) 326 nm.
c) 656 nm.
d) 1312 nm.
e) 6563 nm.

De roodverschuiving z is gedefinieerd als $z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$ waarbij λ de waargenomen golflengte is en λ_0 de normale golflengte. Met z = 1 vinden we hieruit meteen dat $\lambda = 2\,\lambda_0$.

17. Welk soort ster is een ster met een massa die 70 keer groter is dan die van de Zon en met een straal die 20 keer groter is dan die van de Zon?
a) Een hoofdreeksster.
b) Een reuzenster.
c) Een dwergster.
d) Een neutronenster.
e) Een superreus.

18. De straling van een bepaalde ster piekt bij de golflengte 644 nm. Deze ster heeft een absolute magnitude van –0,17. Hoe groot is de straal van deze ster?
a) 13,4 keer de straal van de Zon.
b) 16,5 keer de straal van de Zon.
c) 17,8 keer de straal van de Zon.
d) 19,8 keer de straal van de Zon.
e) 20,5 keer de straal van de Zon.

Als de golflengte λ_{max} waarbij een ster van temperatuur T maximaal straalt, bekend is, kan de effectieve temperatuur van de ster berekend worden met de verschuivingswet van Wien:

$$\lambda_{max}.T = b$$

waarbij b = $2{,}897756 \cdot 10^{-3}$ K·m. In dit geval vinden we T = 4500 K. Verder kennen we ook de effectieve temperatuur van de Zon: $T_\odot \approx 5800$ K
De lichtkracht van een ster kan uit de absolute magnitude berekend worden op basis van de formule van Pogson:

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\sqrt[5]{100}\right)^{M_\odot - M}$$

waarbij $M_\odot = 4{,}79$ de absolute magnitude van de Zon voorstelt. Zo vinden we $L \approx 96{,}4\, L_\odot$.
De wet van Stefan-Boltzmann geeft het verband tussen de lichtkracht L van een zwarte straler, en de straal R en de temperatuur T ervan, volgens $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ waarbij σ = $5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4} de constante van Stefan-Boltzmann (of eerste stralingsconstante) is.

Hieruit kunnen we afleiden dat $\frac{L}{L_\odot} = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi R_\odot^{2\,2} \sigma T_\odot^4}$ zodat $\frac{R}{R_\odot} = \left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2 \sqrt{\frac{L}{L_\odot}} \approx 16{,}3.$

19. De straal van ster A is dubbel zo groot als die van ster B en de oppervlaktetemperatuur van ster A is twee keer kleiner dan de oppervlaktetemperatuur van ster B. Welke uitspraak is dan correct?
a) Ster A heeft 4 keer meer lichtkracht dan ster B.
b) Ster A heeft 16 keer minder lichtkracht dan ster B.
c) Ster A heeft 16 keer meer lichtkracht dan ster B.
d) Ster A en ster B hebben dezelfde lichtkracht.
e) Ster A heeft 4 keer minder lichtkracht dan ster B.

De wet van Stefan-Boltzmann geeft het verband tussen de lichtkracht L van een zwarte straler, en de straal R en de temperatuur T ervan, volgens $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ waarbij $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4} de constante van Stefan-Boltzmann (of eerste stralingsconstante) is.
Hieruit vinden we dat

$$\frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^2 \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^4 = 2^2 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{4}$$

20. Wat is de Chandrasekhar limiet?
a) De minimale massa die een ster moet hebben opdat er nog kernfusiereacties (waarbij waterstof wordt omgezet in helium) zouden kunnen plaatsvinden.
b) De waarnemingshorizon van een zwart gat.
c) Het gebied in een sterrenstelsel waar de grens ligt tussen populatie I en populatie II sterren.
d) De maximaal mogelijke massa van een witte dwerg.
e) Het gebied in het zonnestelsel waar de kracht van de zonnewind zo sterk is afgenomen dat ze wordt opgeheven door de stroom van deeltjes die uit het interstellaire medium afkomstig zijn.

De Chandrasekhar limiet is de massagrens die bepaalt of een instortende ster een witte dwerg wordt of een exotischer object zoals een zwart gat. De Chandrasekhar limiet is vernoemd naar haar ontdekker Subramanyan Chandrasekhar. Sterren waarvan de nucleaire brandstof is opgebruikt, zullen ten gevolge van de zwaartekracht instorten. Wat het gevolg zal zijn van de instorting hangt af van de massa van de overblijvende kern. Als die kleiner is dan de Chandrasekhar limiet zal de ster eindigen als witte dwerg, als de massa hoger is eindigt de ster als neutronenster of zwart gat. De waarde van de Chandrasekhar limiet bedraagt ongeveer 1,4 zonsmassa’s.

21. Licht van ver verwijderde sterrenstelsels blijkt:
a) verschoven te zijn naar langere golflengten.
b) verschoven te zijn naar kortere golflengten.
c) toegenomen te zijn in energie.
d) toegenomen te zijn in intensiteit.
e) volledig gepolariseerd te zijn.

Spectra van ver verwijderde sterrenstelsels vertonen over het algemeen roodverschuiving.

22. Voor welk van volgende Messier objecten is het verband met het type en/of het sterrenbeeld niet correct?
a) M4 – bolvormige sterrenhoop – Scorpius (Schorpioen).
b) M27 – spiraalstelsel – Sagittarius (Boogschutter).
c) M42 – emissienevel – Orion.
d) M57 – planetaire nevel – Lyra (Lier).
e) M87 – elliptische galaxie – Virgo (Maagd).

Messier 27 is de Halternevel (of Dumbbell nebula). Dit is een planetaire nevel in het sterrenbeeld Vulpecula (Vosje).

23. We beschouwen twee sterren, waarvan de ene een oppervlaktetemperatuur heeft van 50000 K en de andere van 5000 K. Wat is de verhouding van de energie die per tijdseenheid en per oppervlakte-eenheid wordt uitgestraald door de koelste ster, ten opzichte van de heetste ster?
a) 0,01.
b) 10^{-4}.
c) 10.
d) 1000.
e) 1/10.

De uitgestraalde energie per tijdseenheid en oppervlakte-eenheid van een zwart lichaam is evenredig met de vierde macht van de absolute temperatuur (wet van Stefan-Boltzmann).

24. Bij een bepaald dubbelstersysteem nemen astronomen röntgenstraling waar. Visueel is evenwel maar één enkele component waarneembaar. Hoe kan men achterhalen of de onzichtbare component een zwart gat is of een neutronenster?
a) Met de huidige technologische middelen is het hoe dan ook niet mogelijk te achterhalen of de onzichtbare component een zwart gat is of een neutronenster.
b) Een zwart gat zou zich aftekenen als een zwarte stip, terwijl een neutronenster zich steeds als pulsar manifesteert.
c) Als een component in een dubbelster niet zichtbaar is, gaat het automatisch om een zwart gat.
d) Enkel neutronensterren kunnen röntgenstraling uitzenden, terwijl zwarte gaten helemaal geen straling uitzenden.
e) Als de massa van de onzichtbare component groter is dan ongeveer drie zonsmassa's moet het om een zwart gat gaan, en anders om een neutronenster.

Een neutronenster is het eindstadium van een ster waarvan de kernmassa voor de implosie tussen 1,4 en 3 maal die van de zon bedraagt. Bij zwaardere sterren ontstaat een zwart gat.

25. We beschouwen een hoofdreeksster van spectraaltype M op een afstand van 2 parsec. We nemen een tweede hoofdreeksster waar, eveneens van spectraaltype M, maar die 4 keer zwakker lijkt. De afstand van die tweede ster bedraagt dan:
a) 4 parsec.
b) 6 parsec.
c) 8 parsec.
d) 16 parsec.
e) 32 parsec.

De schijnbare helderheid van een object neemt kwadratisch af met de afstand. Als de helderheid dus 4 keer zwakker wordt, impliceert dit een verdubbeling van de afstand.

26. Volgens de huidige kosmologische inzichten zou het heelal ongeveer 13,7 miljard jaar geleden ontstaan zijn na de 'big bang'. Deze theorie wordt ondersteund door:
a) de uniforme verdeling van lichte elementen (vooral waterstof en helium) in het heelal.
b) de kosmische achtergrondstraling.
c) de leeftijd en evolutie van sterren en sterrenstelsels.
d) de expansie van het heelal.
e) elk van bovenstaande argumenten.

Dit zijn de vier pijlers waarop de oerknalhypothese steunt.

27. Spiraalstelsels bevatten vele stofwolken die het licht van sterren verduisteren. Afhankelijk van de gezichtslijn zorgt dit stof voor meer of minder verduistering. De optische diepte langsheen een gezichtslijn drukt de exponentiële afname van de lichtintensiteit uit. Een typisch spiraalstelsel heeft in de V-band een optische diepte van 1,0 wanneer het in zijaanzicht wordt bekeken, en een optische diepte van 0,1 wanneer het in vooraanzicht wordt bekeken. Wat is de verhouding van waargenomen intensiteit, zijnde $I_{zijaanzicht}$ / $I_{vooraanzicht}$?
a) 0,10
b) 0,36
c) 0,41
d) 0,73
e) 0,90

De optische diepte τ kan uitgedrukt worden aan de hand van de formule

$$I = I_0 \cdot e^{-\tau}$$

De verhouding $I_{zijaanzicht}$ / $I_{vooraanzicht}$ is dus te berekenen als

$$\frac{I_{zijaanzicht}}{I_{vooraanzicht}} = \frac{I_0 \cdot e^{-1,0}}{I_0 \cdot e^{-0,1}} = e^{-0,9}$$

De verhouding is dus = 0,41.

28. Voor welk van volgende zaken is het dopplereffect niet van nut?
a) Het bepalen van de snelheid waarmee een ster zich naar ons toe beweegt.
b) Het bepalen van de snelheid waarmee een sterrenstelsel zich van ons af beweegt.
c) Het bepalen van de interne eigenschappen van de Zon aan de hand van helioseismologie.
d) Het bepalen hoe snel een ster zich langs de hemel beweegt.
e) Het begrijpen van de verbreding van een spectrale lijn.

Het dopplereffect is enkel van nut voor bewegingen in radiële richting. Voor bewegingen loodrecht daarop (tangentieel of transversaal) kan geen effect waargenomen worden.

29. Hoeveel keer trager gaat de tijd voor een persoon A die aan een 99% van de lichtsnelheid wegbeweegt van een persoon B?
a) gaat niet trager, dus er is geen verschil;
b) ongeveer 3 keer trager;
c) ongeveer 5 keer trager;
d) ongeveer 7 keer trager;
e) ongeveer 9 keer trager.

De speciale relativiteitstheorie van Albert Einstien leert ons dat als er een snelheidsverschil v bestaat tussen twee klokken, dat deze klokken niet meer even snel zullen tikken. Het verschil tussen de gemeten tijd T_1 (voor klok 1) en T_2 (voor klok 2) is gelijk aan:

$$T_1 = T_2 \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

30. Welke van de onderstaande fenomenen heeft niets te maken met het uitsluitingsprincipe van Pauli?
a) witte dwergen;
b) de elektronenstructuur van atomen;
c) elektrische geleiding in metalen;
d) het feit dat je niet door de stoel zakt als je erop gaat zitten;
e) het feit dat de thermische druk in de kernen van sterren niet groot genoeg is om fusie te veroorzaken.

Het uitsluitingsprincipe van Pauli zegt ons dat twee elektronen zich nooit in dezelfde kwantumtoestand kunnen bevinden. Met andere woorden, als een een externe invloed de elektronen probeert te verplichten om op eenzelfde plaats te staan, ontstaat er een enorme druk die zich hiertegen verzet. De oorsprong van die druk is hetgeen ervoor zorgt dat bijvoorbeeld een witte dwerg niet instort door diens eigen zwaartekracht. Protonen in een sterkern zijn elektrisch geladen en de druk veroorzaakt door de intense hitte in deze kern is simpelweg niet groot genoeg om de onderlinge afstotoing te overkomen. Om fusie te verkrijgen doet het systeem beroep op een merkwaardig kwantumfenomeen dat het tunneleffect genoemd wordt.

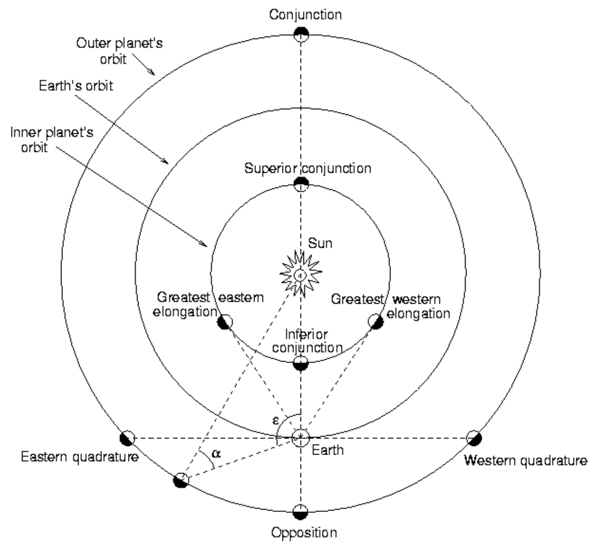
1.	D
2.	B
3.	C
4.	D
5.	B
6.	E
7.	C
8.	C
9.	B
10.	B

11.	E
12.	D
13.	D
14.	C
15.	A
16.	D
17.	E
18.	B
19.	E
20.	D

21.	A
22.	B
23.	B
24.	E
25.	A
26.	E
27.	C
28.	D
29.	D
30.	E

Open vragenreeks I: waarnemen en hemelmechanica

Vraag 1.
a) Hoeveel keer per jaar staat de volle maan in conjunctie met Mercurius?
b) Hoeveel keer per jaar staat de volle maan in conjunctie met Neptunus?
c) Kan de Maan in laatste kwartier in conjunctie met Venus staan?
d) Kan de Maan in laatste kwartier in conjunctie met Uranus staan?
Leg telkens het antwoord uit op basis van een redenering (dus niet louter door opzoeken).



Als twee hemellichamen vlak bij elkaar aan de hemel (lijken te) staan, zijn ze met elkaar in conjunctie. Bij een conjunctie tussen de Maan en een planeet hebben beide hemellichamen dezelfde rechte klimming. Bij een conjunctie tussen de Zon en een planeet of de Maan hebben de twee hemellichamen dezelfde lengte, langs de ecliptica gemeten.
a) Bij volle maan bedraagt de hoek tussen de positie van de Zon en de positie van de Maan aan de hemel 180°. Mercurius kan aan de hemel echter maximaal 28° van de Zon verwijderd zijn. Derhalve kan een conjunctie tussen de volle maan en Mercurius zich nooit voordoen.

b) Neptunus is een buitenplaneet en bijgevolg is een conjunctie met de volle maan dan wel mogelijk.
We zullen hier vooreerst aannemen dat 'volle maan' betekent 'vrijwel volle maan', dus wanneer het verlicht gedeelte van de maanschijn 96% of meer bedraagt.
Nemen we bijvoorbeeld het jaar 2017: Neptunus in oppositie op 5 september, volle maan op 6 september. Dus dat is één geval. Zowel de voorgaande Maan-Neptunus conjunctie (9 augustus) als de volgende (3 oktober) hebben te ver van de volle maan plaats.
Maar nemen we nu het jaar 2016: op 19 augustus is de Maan in conjunctie met Neptunus (volle maan op 18 augustus), op 2 september is Neptunus in oppositie en op 15 september is de Maan opnieuw in conjunctie met Neptunus (volle maan op 16 september). Hier valt de oppositie van Neptunus vrijwel halfweg tussen de conjuncties van 19 augustus en van 15 september. Neptunus' oppositie valt in feite bijna samen met de nieuwe maan van 1 september. Wat nu? Gebeuren die twee Maan-Neptunus conjuncties te ver van de oppositie van Neptunus (en dan hebben we géén geval in 2016), of 'tellen' ze wél (en dan hebben we twee gevallen in 2016)?
Het antwoord op de vraag is dus eigenlijk: 0, 1 of 2.
Willen we echt de frequentie van het verschijnsel beschouwen, dan dienen we de synodische periodes in ogenschouw te nemen. De synodische periode van een hemellichaam is de gemiddelde periode die dat hemellichaam nodig heeft om weer in dezelfde positie in zijn baan te komen ten opzichte van de Aarde. De synodische periode van Neptunus bedraagt $P_N = 367{,}49$ dagen. De synodische periode van de Maan bedraagt $P_M = 29{,}53$ dagen; dit is bijvoorbeeld de tijd tussen twee volle manen, en wordt ook wel lunatie genoemd. Veronderstel dat op een bepaald

ogenblik de volle maan in conjunctie is met Neptunus. Een gelijkaardige situatie zal zich opnieuw voordoen na een gemeenschappelijk veelvoud van P_N en P_M. Aangezien 9 $P_N \approx 122\ P_M$ (en 9 en 122 onderling ondeelbaar zijn), is dit net iets meer dan 9 aardse jaren.

c) In laatste kwartier bedraagt de hoek tussen de positie van de Zon en de positie van de Maan aan de hemel 90° (kwadratuur). Venus kan aan de hemel echter maximaal 46° van de Zon verwijderd zijn (maximale elongatie). Derhalve kan een conjunctie tussen de Maan in laatste kwartier en Venus zich nooit voordoen.

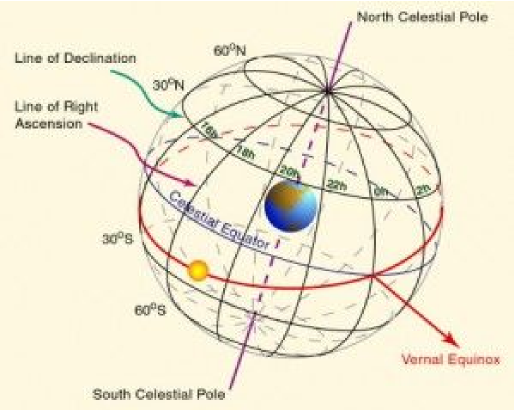
d) Een conjunctie tussen de Maan in laatste kwartier en Uranus kan zich wel voordoen. Het is merkwaardig dat zich dit ongeveer om de twee jaar voordoet; dit komt doordat 2 synodische omlopen van Uranus bijna exact evenlang duren als 25 lunaties. De synodische periode van Uranus bedraagt P_U = 369,66 dagen. De synodische periode van de Maan bedraagt P_M = 29,53 dagen. Aangezien 2 $P_U \approx 25\ P_M$, is dit net iets meer dan 2 aardse jaren.

Vraag 2.
a) In de nacht van 23 op 24 december 2015 was er een bedekking van een heldere ster door de Maan waarneembaar van Groot-Brittannië tot Japan. Gegeven dat het volle maan was op 25 december 2015, welke ster werd dan bedekt door de Maan?

i) Aldebaran (rechte klimming 4^h37^m; declinatie +16°31'.
ii) Pollux (rechte klimming 7^h45^m; declinatie +28°02'.
iii) Regulus (rechte klimming 10^h08^m; declinatie +11°58'.
iv) Spica (rechte klimming 13^h25^m; declinatie –11°14'.
v) Antares (rechte klimming 16^h29^m; declinatie –26°26'.

Leg het antwoord uit op basis van een redenering (dus niet louter door opzoeken).

De rechte klimming van een hemellichaam is de hoek tussen de hemelmeridiaan die door het lentepunt gaat en de deze die door het hemellichaam gaat; de rechte klimming wordt geteld van 0^h tot 24^h, opklimmend in tegengestelde zin aan de dagelijkse beweging, dus oostwaarts aan de hemel.
Bij het begin van de astronomische winter is de rechte klimming van de Zon precies 18^h. De nacht van 23 op 24 december 2015 valt daar kort voorbij, en dus zal de rechte klimming van de Zon dan net iets meer dan 18^h bedragen (gezien die met 3^m56^s per dag toeneemt).
Bij volle maan is de Maan in oppositie met de Zon, wat betekent dat er dan een verschil is van 12^h in rechte klimming.



Gezien het echter pas volle maan was op 25 december 2015 bedroeg de rechte klimming van de Maan in de nacht van 23 op 24 december 2015 minder dan 6^h. De bedekte ster was dus Aldebaran.

b) Op de evenaar passeert een ster door het zenit op de lokale middag van de zomerzonnewende. Wat zijn de rechte klimming en de declinatie van deze ster?

i) Rechte klimming 0^h en declinatie 0°.
ii) Rechte klimming 0^h en declinatie 90°.
iii) Rechte klimming 6^h en declinatie 0°.
iv) Rechte klimming 12^h en declinatie 0°.
v) Rechte klimming 12^h en declinatie 9°.

Leg het antwoord uit op basis van een redenering (dus niet louter door opzoeken).

De zomerzonnewende (solstitium) is de gebeurtenis waarbij de Zon, gezien vanaf de Aarde, haar meest noordelijke positie bereikt. De rechte klimming van de Zon bedraagt dan 6^h en op de lokale middag gaat ze uiteraard door de meridiaan. Het zenit is gelegen op de meridiaan. Een ster die op de lokale middag van de zomerzonnewende door het zenit passeert, heeft dus ook rechte klimming 6^h.
De hoogte h van een ster bij bovenculminatie bedraagt $h = 90° + \phi - \delta$ waarbij ϕ de plaatselijke breedteligging voorstelt en δ de declinatie. Er is gegeven dat $\phi = 0°$ en dat $h = 90°$ (zenit), waaruit meteen volgt dat de declinatie $\delta = 0°$. Vanzelfsprekend blijkt dit ook meteen uit het feit dat op de evenaar de hemelequator door het zenit gaat.

Vraag 3.

a) Welke van volgende planeten kunnen zich om middernacht nooit op de meridiaan bevinden (meerdere antwoorden zijn eventueel mogelijk):

i) Jupiter.
ii) Mercurius.
iii) Saturnus
iv) Mars

Leg het antwoord uit op basis van een redenering (dus niet louter door opzoeken).

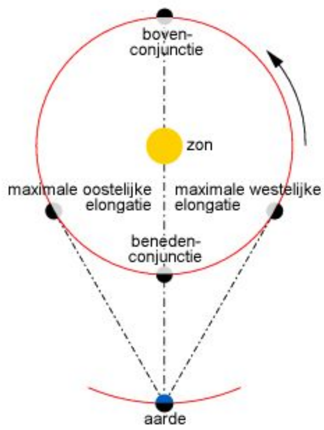
Wanneer een planeet om middernacht op de meridiaan bevindt, staat ze dus, van de Aarde uit gezien, aan tegenovergestelde kant van de Zon (dit wil zeggen dat de posities van de planeet en de Zon 180° in lengte verschillen). Dit betekent dat de planeet dan in oppositie is met de Zon. Dit is mogelijk voor buitenplaneten, maar niet voor binnenplaneten. Bijgevolg kan Mercurius zich om middernacht nooit op de meridiaan bevinden.

b) Wanneer Venus haar maximale oostelijke elongatie bereikt, wat kan dan gezegd worden over de zichtbaarheid van de planeet aan de hemel?

i) Venus is zichtbaar aan de hemel in oppositie met de Zon.
ii) Venus is zichtbaar aan de hemel als ‘avondster’.
iii) Venus is zichtbaar aan de hemel als ‘morgenster’.
iv) Venus is zichtbaar aan de hemel in conjunctie met de Zon.
v) Venus is niet zichtbaar aan de hemel.

Leg ook hier weer het antwoord uit op basis van een redenering (dus niet louter door opzoeken).

Wanneer Venus zich ten oosten van de Zon bevindt, gaat de planeet onder nadat de Zon reeds onder is. Bijgevolg is Venus dan zichtbaar aan de hemel als ‘avondster’.
Het verschil in ecliptische lengte tussen planeet en Zon noemen we de elongatie van de planeet. Men spreekt van oostelijke elongatie als de planeet ten oosten (‘links’) van de Zon staat. en van westelijke elongatie als de planeet ten westen (‘rechts’) van de Zon staat. Planeten met een oostelijke elongatie gaan enige tijd na de Zon onder en zijn ‘s avonds in westelijke richting zichtbaar; planeten met een westelijke elongatie komen enige tijd voor de Zon op en zijn ‘s ochtends in oostelijke richting zichtbaar.



Vraag 4.
De stad Brussel is gelegen op 50°51’ NB (noorderbreedte) en 4°21’ OL (oosterlengte). De Marokkaanse stad Rabat is gelegen op 34°01’ NB, 6°50’ WL (westerlengte).
a) Hoe hoog kan de volle maan in Brussel maximaal aan de hemel komen? Voor de berekening mogen effecten zoals geocentrische parallax en refractie verwaarloosd worden.

De declinatie van de Zon bedraagt maximaal $\delta_{\odot,\mathrm{max}} = 23{,}5°$. Zij ϕ de plaatselijke breedteligging, dan is de maximale hoogte van de Zon in Brussel gelijk aan

$$h_{\odot,max} = 90° - \phi + \delta_{\odot,\mathrm{max}} = 90° - 50°51' + 23°27' = 62°36'$$

Volle maan doet zich voor wanneer de Maan vanuit de Aarde gezien diametraal staat tegenover de Zon. Als het baanvlak van de Maan zou samenvallen met de ecliptica, dan zou de maximale hoogte $h_{M,max}$ van de Maan gelijk zijn aan die van de Zon, dus 62°36’ in Brussel. Het baanvlak van de Maan maakt evenwel een hoek van 5°14’ met de ecliptica, zodat de volle maan in Brussel maximaal een hoogte

$$h_{M,max} = \delta_{\odot,\mathrm{max}} + 5°14' = 67°50'$$

kan bereiken.

b) Op een bepaald moment culmineert de ster Wega in Rabat. Wat is op dat ogenblik de uurhoek van de ster Wega in Brussel?

De uurhoek van een object is de hoekafstand tussen de meridiaan door het object enerzijds en de lokale meridiaan anderzijds. Deze laatste loopt van het zuidpunt op de horizon via het zenit naar het noordpunt op de horizon. De uurhoek wordt gemeten vanaf het zuidpunt, over west, noord en oost terug naar het zuidpunt. De uurhoek wordt, evenals de rechte klimming uitgedrukt in tijdeenheden.
Een gevolg van deze definitie is dat de uurhoek van een ster op het ogenblik dat ze in Rabat culmineert $H_R = 0^h$ bedraagt. De lengteligging van Brussel is $\lambda_B = 4°21'\ \mathrm{OL} = 0{,}29^h$ en de lengteligging van Rabat is $\lambda_R = 6°50'\ \mathrm{WL} = -0{,}46^h$. De uurhoek van Wega in Brussel is dan

$$H_B = H_R + (\lambda_B - \lambda_R) = 0^h + (0{,}29^h - (-0{,}46^h)) = 0{,}75^h = 0^h45^m$$

(of 11°11’ indien men dit in graden wenst uit te drukken).

Open vragenreeks II: planeten en dwergplaneten

Vraag 1.
In 2005 werd de dwergplaneet Makemake ontdekt, die zich op dat moment bevond op ongeveer 52 AE (AE = astronomische eenheid) van de Zon. Het perihelium bevindt zich op 38,5 AE van de Zon en de excentriciteit van de baan van Makemake bedraagt $e = 0{,}159$.
a) Bereken de lengte a (in AE) van de halve lange as van Makemake.

Gezien de excentriciteit $e < 1$ beweegt de dwergplaneet Makemake op een ellipsvormige baan. Voor dergelijke baan geldt dat de periheliumafstand $q = a(1-e)$ waarbij a de lengte is van de halve lange as. Bijgevolg vinden we $a = \frac{q}{1-e} = \frac{38{,}5\text{ AE}}{1-0{,}159} = 45{,}8\ AE$.

b) Bereken de omlooptijd (in jaren) van Makemake rond de Zon.

Volgens de derde wet van Kepler is er een verband tussen de periode P en de lengte a van de halve lange as van de baan, met name $P^2 = a^3$, waarbij P is uitgedrukt in jaar en a in astronmische eenheden. Derhalve is $P = a^{3/2} = 309{,}7\ jaar$.

c) De gemiddelde evenwichtstemperatuur T_{ev} van een object met albedo A op een afstand d van de Zon is gegeven door

$$T_{ev} = (1-A)^{1/4}\frac{T_\odot}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{R_\odot}{d}}$$

waarbij $T_\odot$ en $R_\odot$ respectievelijk de oppervlaktetemperatuur en de straal van de Zon voorstellen. De albedo van Makemake is bepaald op A ≈ 0,81. Wat was de evenwichtstemperatuur van Makemake bij de ontdekking?

We nemen $T_\odot = 5770\ K$ en $R_\odot = 6{,}96 \cdot 10^8 m$. Verder is opgegeven dat bij de ontdekking $d = 52\ AE$, met 1 AE = 149 597 870 700 meter. Wanneer we dit invullen in bovenstaande formule vinden we $T_{ev} \approx 25{,}48\ K$.

d) Tussen welke grenzen varieert de evenwichtstemperatuur van Makemake?

De waarde voor d varieert tussen de periheliumafstand q = 38,5 AE (zoals hoger gegeven) en de apheliumafsatnd $Q = a(1+e) = 53{,}1\ AE$. Op analoge wijze als hierboven vinden we als extrema:

$$T_{ev,q} \approx 29{,}61\ K$$
$$T_{ev,Q} \approx 25{,}22\ K$$

e) Hoe wordt het gebied van het zonnestelsel genoemd waarvan Makemake deel uitmaakt?

Makemake maakt deel uit van de Kuipergordel. Men spreekt ook van trans-neptuniaanse objecten of ijsdwergen.

f) Bereken de verhouding van de baansnelheden van Makemake in het perihelium en het aphelium van zijn baan.

Men kan aantonen dat de baansnelheid v van een object dat zich in een ellipsvormige baan rond de Zon bevindt op afstand r gegeven wordt door

$$v = \sqrt{GM\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$

Hiermee is het dus mogelijk om de snelheden v_q en v_Q in perihelium en aphelium te berekenen en hun verhouding te bepalen.
Voor de periheliumafstand q geldt dat $q = a(1-e)$ en voor de apheliumafstand Q geldt dat $Q = a(1+e)$.
Aldus bekomen we

$$\frac{v_q}{v_Q} = \frac{\sqrt{GM\left(\frac{2}{q} - \frac{1}{a}\right)}}{\sqrt{GM\left(\frac{2}{Q} - \frac{1}{a}\right)}} = \frac{\sqrt{GM\left(\frac{2}{a(1-e)} - \frac{1}{a}\right)}}{\sqrt{GM\left(\frac{2}{a(1+e)} - \frac{1}{a}\right)}} = \frac{\sqrt{\frac{2-(1-e)}{a(1-e)}}}{\sqrt{\frac{2-(1+e)}{a(1+e)}}} = \frac{\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}}{\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}} = \frac{1+e}{1-e} \approx 1{,}38$$

Dit is vanzelfsprekend in overeenstemming met de tweede wet van Kepler waaruit volgt dat de snelheid in het perihelium groter is dan in het aphelium.

Vraag 2.
In 2006 stelde de Internationale Astronomische Unie een definitie op van het begrip ‘planeet’. De aanleiding was het besef dat er voorbij de baan van Neptunus een populatie objecten te vergelijken met Pluto rondzweeft, een populatie waarvan er nog enkele meer ontdekt werden.
a) Wat is de definitie van een planeet?

Volgens de door de IAU aangenomen definitie is een planeet een object dat

- in een baan rond de Zon beweegt;
- voldoende massa heeft om door gravitatie de krachten van een star lichaam te overwinnen en zo een (vrijwel ronde) vorm in hydrostatisch evenwicht bereikt;
- de omgeving van zijn baan heeft opgeruimd van kleinere objecten.

b) Waarin verschilt een planeet met een dwergplaneet?

Een dwergplaneet voldoet aan de eerste twee voorwaarden uit de definitie van een planeet, maar niet aan de derde, en is bovendien geen satelliet.

c) Welke zijn de thans gekende planeten?

In volgorde vanaf de Zon zijn de acht planeten: Mercurius, Venus, Aarde, Mars, Jupiter, Saturnus, Uranus en Neptunus.

d) Welke zijn de thans gekende dwergplaneten?

Er zijn thans vijf gekende dwergplaneten: Pluto, Ceres, Haumea, Makemake en Eris.

e) De definitie die de IAU in 2006 heeft opgesteld heeft weliswaar zijn verdiensten, maar schiet op sommige vlakken toch ook te kort. Geef een overzicht van mogelijke punten van kritiek op de huidige planeetdefinitie van de IAU.

Ten eerste zijn de criteria betreffende de bolvorm en betreffende de mogelijkheid de omgeving op te ruimen niet geheel onafhankelijk van elkaar. Een object dat zwaar genoeg is om zijn omgeving op te ruimen zal ook wel zwaar genoeg zijn om een bolvorm aan te nemen. Het omgekeerde is dikwijls maar niet altijd waar, zoals blijkt uit het geval van Ceres.
Maar er is nog een tweede reden. Nu er al duizenden bevestigde exoplaneten bekend zijn, dringt de noodzaak zich op om een algemene definitie op te stellen die ook consistent toepasbaar is op die exoplaneten. En bij exoplaneten is het derde criterium juist heel moeilijk, ja zelfs bijna onmogelijk vast te stellen. Daarbij komt ook nog dat het derde criterium enige tijd nodig heeft om zich te manifesteren. Het opruimen gebeurt immers niet onmiddellijk maar is een proces dat een honderden miljoenen jaren kan duren. Tenslotte is dit criterium ook nooit voldoende nauwkeurig omschreven. Wat betekent 'de omgeving' van de baan van een planeet? Zolang men de definitie van een planeet enkel op het zonnestelsel wil toepassen, is dit niet echt een probleem. In het zonnestelsel hebben we een duidelijk zicht op wat de planeten op dit vlak gepresteerd hebben maar bij exoplaneten is dat niet het geval.

Vraag 3.
De Hillstraal R_H van een object met massa m dat een cirkelvormige baan met straal a beschrijft rond een object met massa M (waarbij $M \gg m$) kan berekend worden als

$$R_H = a\left(\frac{m}{3M}\right)^{1/3}$$

a) Wat is de (fysische) betekenis van de Hillstraal?

De Hillstraal is de afstand rondom een licht lichaam in een cirkelbaan rond een zwaar lichaam, waarbinnen de gravitatie van het licht lichaam dominant is.

b) De minimummassa M_{min} die een planeet moet hebben om een zone bepaald door de Hillstraal op te ruimen binnen een tijdspanne kleiner dan de hoofdreeksleeftijd van de centrale ster, blijkt neer te komen op

$$M_{min} = 0{,}001 \cdot M^{5/2} \cdot a^{9/8}$$

waarbij in dit geval M_{min} uitgedrukt is in aardmassa's, M (de massa van de centrale ster) uitgedrukt is in zonsmassa's en a (de straal van de planeetbaan) uitgedrukt is in AE.
Voor een object met massa m (uitgedrukt in aardmassa's) in een baan rond een centrale ster beschouwen we nu de verhouding

$$\Pi = \frac{m}{M_{min}}$$

Bereken deze verhouding Π voor de planeten en de dwergplaneten in ons zonnestelsel.

De berekende waarden zijn weergegeven in volgende tabel:

	a (AE)	m (tov Aarde)	M_{min} (aardmassa's)	Π
Zon		332946		
Mercurius	0,39	0,055	0,0003	159,98
Venus	0,72	0,815	0,0007	1173,28
Aarde	1,00	1	0,0010	1000,00
Mars	1,52	0,107	0,0016	66,62
Jupiter	5,20	318	0,0064	49728,74
Saturnus	9,54	95	0,0126	7514,18
Uranus	19,19	15	0,0278	540,26
Neptunus	30,07	17	0,0460	369,46
Ceres	2,77	0,00016	0,0031	0,05
Pluto	39,48	0,002	0,0625	0,03
Haumea	43,13	0,0007	0,0690	0,01
Makemake	45,79	0,00067	0,0739	0,01
Eris	67,67	0,0028	0,1146	0,02

c) Geef op basis van voorgaande aan hoe de bestaande definities voor planeten en dwergplaneten kwantitatief zou kunnen verbeterd worden.

Een nieuwe definitie beoogt in feite twee dingen, twee verbeteringen tegenover de definitie van de Algemene Vergadering van de IAU in 2006. Ten eerste wil ze de definitie toepasbaar maken op exoplaneten, ten tweede wil ze het concept ‘de omgeving opruimen’ op een kwantitatieve manier beschrijven via een berekenbaar en wetenschappelijk onderbouwd criterium. De definitie van een planeet rond een enkelvoudige ster zou er dan als volgt kunnen uitzien. Een object is een planeet indien dit object:

- in een baan rond een ster beweegt;
- een massa heeft die groter is dan de vereiste minimummassa zoals berekend met het bovenstaand criterium, dus $\Pi > 1$;
- een massa heeft die kleiner is dan 13 maal de massa van Jupiter.

Dit laatste is om het onderscheid tussen de zwaarste planeten en bruine dwergen te maken. Bruine dwergen onderscheiden zich van echte sterren doordat ze te licht zijn om de omzetting van waterstof in helium op te starten. Maar in een bruine dwerg is er, in tegenstelling tot bij planeten, wel gedurende een korte tijd een andere nucleaire fusiereactie actief geweest waarbij waterstof + deuterium (zwaar water) in helium-3 wordt omgezet. De massa van een bruine dwerg ligt daardoor tussen 13 en 75 maal de massa van Jupiter. Voorbij die bovengrens komen we bij de lichtste sterren.

d) In welke mate zou dit ook bruikbaar zijn voor exoplaneten (dit zijn planeten bij andere sterren dan onze Zon)?

Het zopas geformuleerde voorstel van definitie is inderdaad ook bruikbaar voor exoplaneten omdat het alleen nog afhankelijkheid is van criteria die ook voor exoplaneten goed te bepalen zijn.

Vraag 4.

In maart 2008 ontdekte het ruimtetuig Cassini dat Rhea – de grootste van de binnenste manen van Saturnus – zelf ook een ring heeft, waarvan de buitenrand begrensd werd door de Hillstraal. Bereken de verhouding tussen de straal van deze ring en van Rhea zelf. Hierbij is gegeven dat Saturnus een straal heeft van 60268 km en een dichtheid van 687 kg/m^3, terwijl voor Rhea de waarden van deze grootheden respectievelijk 765 km en 1400 kg/m^3 bedragen. De straal van de baan van Rhea rond Saturnus is r = 527000 km.

Noemen we M_S, ρ_S, r_s, V_S respectievelijk de massa, dichtheid, straal en volume van Saturnus, dan vinden we dat

$$M_S = \rho_S V_S = \rho_S \frac{4}{3}\pi r_S^3$$

Noemen we m_R, ρ_R, r_R, V_R respectievelijk de massa, dichtheid, straal en volume van Rhea, dan vinden we dat

$$m_R = \rho_R V_R = \rho_R \frac{4}{3}\pi r_R^3$$

De Hillstraal R_H van Rhea rond Saturnus kan berekend worden als

$$R_H = r\left(\frac{m_R}{3M_S}\right)^{1/3} = r\left(\frac{\rho_R \frac{4}{3}\pi r_R^3}{3\rho_S \frac{4}{3}\pi r_S^3}\right)^{1/3} = r\left(\frac{\rho_R r_R^3}{3\rho_S r_S^3}\right)^{1/3} = r\left(\frac{\rho_R}{3\rho_S}\right)^{1/3}\frac{r_R}{r_S}$$

De Hillstraal R_H van Rhea rond Saturnus is meteen ook de straal van de ring rond Rhea.
Derhalve is de verhouding tussen de straal van de ring en van Rhea zelf

$$\frac{R_H}{r_R} = \frac{r\left(\frac{\rho_R}{3\rho_S}\right)^{1/3}\frac{r_R}{r_S}}{r_R} = \frac{r}{r_S}\left(\frac{\rho_R}{3\rho_S}\right)^{1/3} \approx 7{,}7$$

Open vragenreeks III: helderheid en afstand

Vraag 1.
Een ster heeft een effectieve temperatuur T_{eff} = 8700 K, absolute magnitude M = 1,6 en schijnbare magnitude m = 7,2.
a) Bereken de afstand van deze ster.

We vormen de zogenaamde afstandsformule

$$M = m + 5 - 5\log d$$

om tot

$$d = 10^{\frac{m-M+5}{5}}$$

waaruit

$$d = 131{,}8\ pc$$

volgt.

b) Bereken de lichtkracht van deze ster.

De lichtkracht van een ster kan uit de absolute magnitude berekend worden op basis van de formule van Pogson:

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\sqrt[5]{100}\right)^{M_\odot - M}$$

waarbij $M_\odot = 4{,}79$ de absolute magnitude van de Zon voorstelt. Zo vinden we dat $L \approx 18{,}7\ L_\odot$ of nog (wegens $L_\odot \approx 3.8 \cdot 10^{26}$ W) dat $L \approx 71 \cdot 10^{26}$ W.

c) Bereken de straal van deze ster.

De wet van Stefan-Boltzmann geeft het verband tussen de lichtkracht L van een zwarte straler, en de straal R en de temperatuur T ervan, volgens $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ waarbij $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4} de constante van Stefan-Boltzmann (of eerste stralingsconstante) is. Verder weten we dat $T_\odot = 5770\ K$.
Hieruit kunnen we afleiden dat $\frac{L}{L_\odot} = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi R_\odot^{2\,2} \sigma T_\odot^4}$ zodat $\frac{R}{R_\odot} = \left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2 \sqrt{\frac{L}{L_\odot}} \approx 1{,}9$.
Met $R_\odot = 6{,}96 \cdot 10^8 m$ vinden we $R = 1{,}32 \cdot 10^9 m$.

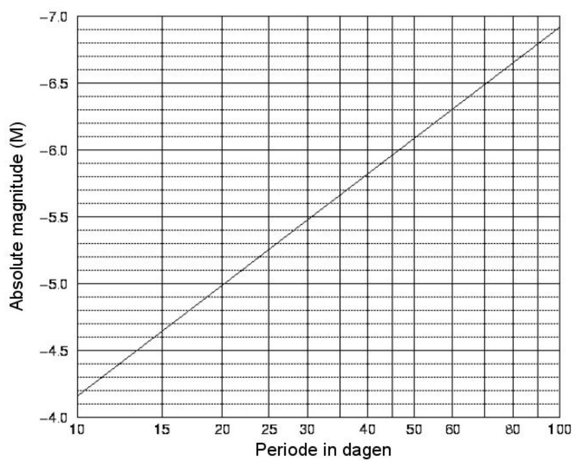
Vraag 2.
Een ster heeft een effectieve temperatuur T_{eff} = 4000 K, schijnbare visuele magnitude m = 12,2 en parallax p = 0,001”. Voor deze ster is de bolometrische correctie BC = –0,6.
a) Wat is de lichtkracht van deze ster (uitgedrukt in zonslichtkracht)?

Met de zogenaamde afstandsformule
$$M_V = m + 5 - 5\log p$$
vinden we vooreerst
$$M_V = 12{,}2 + 5 - 5\log 0{,}001 = 2{,}2$$
Door toepassing van
$$BC = M_{bol} - M_V$$
vinden we als bolometrische magnitude
$$M_{bol} = 2{,}2 - 0{,}6 = 1{,}6$$
De lichtkracht kan dan berekend worden op basis van de formule van Pogson:
$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\sqrt[5]{100}\right)^{M_{bol,\odot} - M_{bol}}$$
waarbij $M_{bol,\odot} = 4{,}72$ de absolute bolometrische magnitude van de Zon voorstelt.
Aldus vinden we dat $L \approx 17{,}7\ L_\odot$.

b) Welk soort ster is dit (en waarom)?
i) rode reus
ii) blauwe reus
iii) rode dwerg

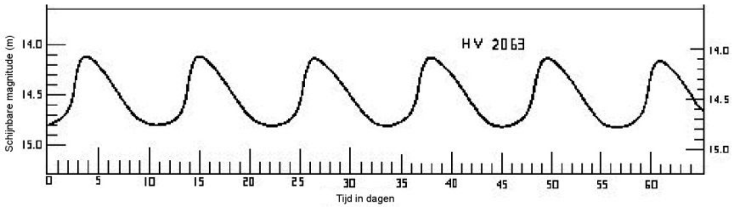
Een ster met deze eigenschappen is veel helderder maar veel koeler dan onze Zon. Derhalve is het een rode reus.

Vraag 3.
De figuur rechts toont de zogenaamde periode-lichtkrachtrelatie voor klassieke Cepheïden. Deze relatie geeft het verband weer tussen de absolute magnitude en de perode voor dit type sterren.
De ster HV2063 is een klassieke Cepheïde in een sterrenstelsel in de Lokale Groep. De figuur hieronder toont de lichtkromme van de ster HV2063; dit is een grafiek van de schijnbare magnitude ten opzichte van de tijd.
a) Leg uit hoe het mogelijk is om op basis van de twee grafieken de afstand te bepalen tot de ster HV2063.



Uit de lichtkromme kan de periode van de Cepheïde bepaald worden. Met de grafiek van de periode-lichtkrachtrelatie kan hieruit meteen de absolute magnitude bepaald worden.
Anderzijds kan uit de lichtkromme ook nog de gemiddelde schijnbare magnitude afgeleid worden.
Eenmaal schijnbare en absolute magnitude gekend zijn, laat de afstandsformule toe om de afstand te berekenen.

b) Gebruik deze methode om de afstand tot deze Cepheïde ook zelf te berekenen.



Uit de grafiek lezen we af dat de de periode ongeveer 11 dagen bedraagt. Dit komt overeen met een absolute magnitude van ongeveer –4,2.
Verder kunnen we uit de lichtkromme ook afleiden dat de gemiddelde schijnbare magnitude ongeveer 14,45 is.
Invullen van dit alles in de omgevormde afstandsformule

$$d = 10^{\frac{m-M+5}{5}}$$

leidt tot

$$d = 57500\ pc$$

c) De interstellaire extinctie voor de beschouwde ster wordt geschat op A = 0,25 magnitude. Hoe groot is de invloed hiervan op de schatting van de afstand van de ster?

Rekening houdend met de interstellaire extinctie wordt de omgevormde afstandsformule

$$d = 10^{\frac{m-M+5+A}{5}}$$

wat een afstand

$$d = 64500\ pc$$

oplevert.

Vraag 4.
a) Een dubbelstersysteem bestaat uit twee componenten A en B waarvan de verhouding der helderheden 2 bedraagt. Vanop Aarde kan het dubbelstersysteem niet in afzonderlijke componenten opgelost worden en nemen we het systeem waar als een ster van schijnbare magnitude 5. Bepaal de schijnbare magnituden van de twee sterren (A en B) afzonderlijk.

We noemen m_A en m_B de schijnbare magnitudes van de sterren A en B afzonderlijk en m_{AB} de schijnbare magnitude van het gezamenlijke systeem. Er is gegeven dat $m_{AB} = 5$.
Verder noemen we ℓ_A en ℓ_B de corresponderende schijnbare helderheden van de sterren A en B afzonderlijk en ℓ_{AB} de totale schijnbare helderheid van het gezamenlijke systeem.
Vanzelfsprekend is $\ell_{AB} = \ell_A + \ell_B$. Er is ook gegeven dat $\ell_A / \ell_B = 2$.
Volgens de formule van Pogson geldt dat

$$\frac{\ell_{AB}}{\ell_A} = \left(\sqrt[5]{100}\right)^{m_A - m_{AB}}$$

waaruit volgt dat

$$\log\frac{\ell_{AB}}{\ell_A} = \log\left(\sqrt[5]{100}\right)^{m_A - m_{AB}}$$

zodat

$$\frac{2}{5}(m_A - m_{AB}) = \log\frac{\ell_{AB}}{\ell_A}$$

of nog

$$m_A - m_{AB} = 2{,}5\log\frac{\ell_{AB}}{\ell_A} = 2{,}5\log\frac{\ell_A + \ell_B}{\ell_A} = 2{,}5\log\frac{3}{2}$$

We vinden dus dat

$$m_A = m_{AB} + 2{,}5\log\frac{3}{2} = 5 + 2{,}5\log\frac{3}{2} = 5{,}44$$

Volkomen analoog vinden we dat

$$m_B - m_{AB} = 2{,}5\log\frac{\ell_{AB}}{\ell_B} = 2{,}5\log\frac{\ell_A + \ell_B}{\ell_B} = 2{,}5\log 3$$

zodat

$$m_B = m_{AB} + 2{,}5\log 3 = 5 + 2{,}5\log 3 = 6{,}19$$

b) Sirius A is met een visuele magnitude m = –1,47 de helderste ster aan de nachthemel. Deze ster heeft een straal R_A = 1,7 $R_\odot$ en is de primaire ster van een dubbelstersysteem. Het bestaan van de begeleider, Sirius B, werd door middel van astrometrie in 1844 afgeleid door de bekende wiskundige en astronoom Friedrich Wilhelm Bessel (dus een hele tijd vooraleer Sirius B rechtstreeks is waargenomen). We veronderstellen dat Sirius A en Sirius B hetzelfde spectraaltype hebben. Sirius B is evenwel 10 magnituden zwakker dan Sirius A. Bereken de straal R_B van Sirius B.

Vanuit het gezichtspunt van ons zonnestelsel mag de afstand van Sirius A en Sirius B vanzelfsprekend als gelijk beschouwd worden. Het verschil in magnitude tussen Sirius A en Sirius B kan dus via de formule van Pogson meteen omgezet worden in een verhouding van lichtkracht:

$$\frac{L_A}{L_B} = \left(\sqrt[5]{100}\right)^{m_B - m_A} = \left(\sqrt[5]{100}\right)^{10} = 10^4$$

De wet van Stefan-Boltzmann geeft het verband tussen de lichtkracht L van een zwarte straler, en de straal R en de temperatuur T ervan, volgens $L = 4\pi R^2\sigma T^4$ waarbij σ = 5,67·10^{-8} W m^{-2} K^{-4} de constante van Stefan-Boltzmann (of eerste stralingsconstante) is.
Hieruit vinden we dat

$$\frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^2\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^4$$

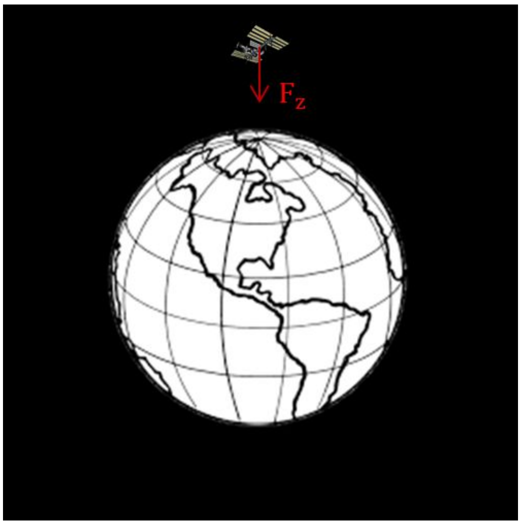
Het uitgangspunt dat Sirius A en Sirius B hetzelfde spectraaltype hebben, impliceert dat $T_A = T_B$.
Derhalve vinden we dat

$$R_B = \sqrt{\frac{L_B}{L_A}}R_A = \frac{1}{100} \times 1{,}7R_\odot = 0{,}017R_\odot = 1{,}2\cdot 10^7 m$$

Open vragenreeks IV: zwaartekracht

Vraag 1 (International Space Station).

a) Maak een schets van de beweging van het ISS rondom de Aarde op een hoogte van 410 km boven het aardoppervlak. Duid aan welke krachten er inwerken op het ISS.



De enige kracht die op het ISS inwerkt is de zwaartekracht uitgeoefend door de Aarde.

b) Gebruik de schets met de krachten om een verklaring te geven waarom het ISS een cirkelvormige baan rondom de Aarde beschrijft.

Doordat het ISS een tangentiële snelheid heeft, zal het onder invloed van de zwaartekracht niet op de Aarde vallen, maar er naast. Op deze manier zal het ISS een cirkelbaan rondom de Aarde beschrijven. De zwaartekracht fungeert hier als centripetale kracht die de satelliet op een cirkelbaan rondom de Aarde laat bewegen.

c) Bepaal de snelheid van het ISS op deze cirkelvormige baan.

De relatie tussen deze centripetale kracht en de snelheid van het ISS wordt gegeven door

$$F_c = \frac{m_{ISS} {v_{ISS}}^2}{r_{ISS}}.$$

Anderzijds wordt de zwaartekracht die op het ISS inwerkt gegeven door

$$F_z = G\,\frac{M_{aarde} m_{ISS}}{{r_{ISS}}^2}.$$

Beide krachten zijn uiteraard even groot, zodat het combineren van beide vergelijkingen leidt tot

$$v = \sqrt{G\,\frac{M_{aarde}}{r_{ISS}}},$$

waarin r_{ISS} gelijk is aan de aardstraal vermeerderd met de afstand waarop het ISS zich boven het aardoppervlak bevindt.

We kunnen nu gebruikmaken van volgende gegevens:

$$G = 6{,}67408 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$$
$$M_{aarde} = 5{,}97 \times 10^{24}\, kg$$
$$r_{aarde} = 6378\, km$$

Dan is

$$r_{ISS} = 6788 \times 10^3\, m$$

Daarmee wordt de snelheid dan

$$v = 7661\,\frac{m}{s} \approx 7{,}66\,\frac{km}{s}.$$

Vraag 2 (Onstsnappingssnelheid).
a) Met welke snelheid dient een satelliet afgeschoten te worden zodat deze volledig aan het zwaartekrachtveld van de Aarde zou kunnen ontsnappen.

Dit vraagstuk is op te lossen door uit te gaan van de wet van behoud van energie. De energie van de satelliet bij lancering en wanneer deze tot stilstand komt (in prinipe op een oneindige afstand van de Aarde) moeten volgends deze wet gelijk zijn. De energie van de satelliet kan in twee componenten onderverdeeld worden: kinetische en potentiële energie. De kinetische energie van de satelliet wordt gegeven door

$$K = \frac{m_{sat} {v_{sat}}^2}{2}$$

en de potentiële energie door

$$P = -G \frac{M_{aarde} m_{sat}}{r}$$

met r de afstand tussen de satelliet en het middelpunt van de Aarde (a) of Zon (b). De som van deze kinetische en potentiele energie van de satelliet dient op ieder moment gelijk te zijn, zoals de wet van behoud van energie stelt.
Bij het afschieten van de satelliet op Aarde zal de snelheid maximaal zijn en de afstand tussen de satelliet en het middelpunt van de Aarde zal gelijk zijn aan de aardstraal. In deze situatie kunnen we stellen dat de totale energie gelijk is aan

$$E = \frac{m_{sat} {v_{sat}}^2}{2} - G \frac{M_{aarde} m_{sat}}{r_{aarde}}$$

De ontsnappingsnelheid is de minimumsnelheid waarmee de satelliet dient afgeschoten te worden zodat deze nooit meer zou terugkeren naar de Aarde. Logischerwijs zal dit ook gelden als de satelliet met een grotere snelheid afgeschoten wordt. Wordt de satelliet met de minimumsnelheid afgeschoten dan zal voor $r = \infty$ de snelheid $v = 0$ worden. De totale energie van de satelliet kan dan geschreven worden als

$$E = \frac{m_{sat} 0^2}{2} - G \frac{M_{aarde} m_{sat}}{\infty} = 0\,J$$

Wegens de wet van behoud van energie dient de totale energie van de satelliet bij het moment van afschieten dan ook gelijk aan $0\,J$ te zijn. We kunnen dan schrijven dat

$$\frac{m_{sat} {v_{ont}}^2}{2} = G \frac{M_{aarde} m_{sat}}{r_{aarde}}$$

waaruit volgt dat

$$v_{ont} = \sqrt{\frac{2GM_{aarde}}{r_{aarde}}}$$

Merk dus op dat de ontsnappingsnelheid voor een satelliet op Aarde enkel afhankelijk is van de massa van de Aarde en niet van de massa van de satelliet zelf. De correcte waarden in deze formule invullen levert

$$v_{ont,aarde} = \sqrt{\frac{2GM_{aarde}}{r_{aarde}}} = 11{,}2\,\frac{km}{s}$$

Een satelliet zal dus minimaal met een snelheid van 11,2 km/s van de Aarde moeten vertrekken wil deze ooit uit het zwaartekrachtsveld van de Aarde geraken.

b) Met welke snelheid dient een satelliet afgeschoten te worden zodat deze volledig aan het zwaartekrachtveld van de Zon zou kunnen ontsnappen.

Voor deel b van de vraag kunnen we eenzelfde redenering volgen, maar het vraagstuk wordt iets complexer omdat de satelliet zich voor de lancering al op Aarde bevindt en dus al een snelheid en een kinetische energie bezit. Als de hoek tussen de snelheid van de satelliet en de snelheid van de Aarde θ is, dan kan de snelheid van de satelliet na lancering geschreven worden als:

$$v_{ont} = \sqrt{(v_{aarde} + v_{sat}\cos(\theta))^2 + (v_{sat}\sin(\theta))^2}$$

waarin v_{aarde} de snelheid van de Aarde rondom de Zon is. Dit kan herschreven worden als

$$v_{ont} = \sqrt{(v_{aarde} + v_{sat})^2 - 2v_{aarde}v_{sat}(1 - \cos(\theta))} \qquad (1)$$

Verder dient de potentiële energie van de satelliet tegenover de Zon en de Aarde in rekening gebracht te worden. Er kan dan geschreven worden:

$$\frac{m_{sat}{v_{ont}}^2}{2} - G\frac{M_{aarde}m_{sat}}{r_{aarde}} - G\frac{M_{zon}m_{sat}}{r_{zon}} = 0J$$

Dit kan omgevormd worden tot:

$$v_{ont} = \sqrt{2G\left(\frac{M_{aarde}}{r_{aarde}} + \frac{M_{zon}}{r_{zon}}\right)} \qquad (2)$$

Formules (1) en (2) combineren levert

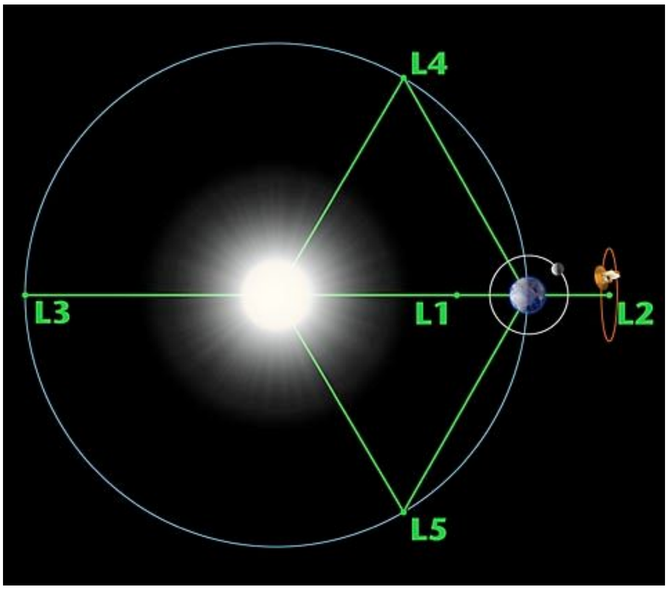
$$v_{sat} = \sqrt{2G\left(\frac{M_{aarde}}{r_{aarde}} + \frac{M_{zon}}{r_{zon}}\right) + 2v_{aarde}v_{sat}(1 - \cos(\theta))} - v_{aarde}$$

Het is de bedoeling dat v_{sat} zo klein mogelijk is en dat is het geval als $\theta = 0$. Dit wil zeggen dat de satelliet afgeschoten wordt met de bewegingsrichting en -zin van de Aarde mee. Daarmee krijgen we

$$v_{sat} = \sqrt{2G\left(\frac{M_{aarde}}{r_{aarde}} + \frac{M_{zon}}{r_{zon}}\right)} - v_{aarde} = 43.6 - 29.8 = 13{,}8\frac{km}{s}$$

De satelliet dient dus met een snelheid van 13,8 km/s afgeschoten te worden in de zin waarin de aarde rondom de zon beweegt en dan zal ze in staat zijn om het zonnestelsel te verlaten.

Vraag 3 (Lagrangepunten).
a) Leg uit wat Lagrangepunten zijn. Hoeveel van deze punten bevinden er zich in het systeem Zon-Aarde.



Een voorwerp dat zich in een Lagrangepunt bevindt, zal een vaste relatieve positie behouden ten opzichte van twee hemellichamen die rond een gemeenschappelijk zwaartepunt draaien. Dit wil zeggen dat een voorwerp dat zich in een Lagrangepunt bevindt van het Aarde-Zon systeem, zijn relatieve positie tegenover de Aarde en de Zon aanhoudt terwijl de Aarde en de Zon rondom hun

gemeenschappelijk zwaartepunt bewegen.
De Maan kan zich bijvoorbeeld tussen de Aarde en de Zon in bevinden (nieuwe maan), maar anderzijds kan deze ook aan de andere kant van de Aarde bevinden (volle maan). De relatieve positie van de Maan tegevover de Aarde en de Zon blijft niet behouden. De Maan bevindt zich dus ook niet in een Lagrangepunt.
Op de bijgaande figuur (vorige bladzijde) worden de vijf Lagrangepunten in het Aarde-Zon systeem weergegeven.

b) Stel een vergelijking op voor het Lagrangepunt dat zich tussen de Zon en de Aarde bevindt. Gebruik R als de afstand van de Zon tot de Aarde en r als de afstand tussen de Zon en het Lagrangepunt.

Een object dat zich in L_1 bevindt, zal eenzelfde omlooptijd rondom de Zon hebben als de Aarde, want anders zou het object en bijgevolg L_1 een beweging relatief ten opzichte van de Aarde beschrijven, wat in strijd is met de definitie van Lagrangepunten. Deze omlooptijd kan als volgt bepaald worden.

- De omlooptijd van de Aarde rondom de Zon kan geschreven worden in functie van de snelheid van de Aarde:
$$T = \frac{2\pi R}{v}.$$
- Verder is de centripetale kracht die de Aarde in een cirkelbaan rondom de Zon houdt de zwaartekracht uitgeoefend door de Zon op de Aarde. Dit kan geschreven worden als:
$$G\frac{M_{zon}M_{aarde}}{R^2} = \frac{M_{aarde}v^2}{R}.$$
- Beide vergelijkingen combineren levert de omplooptijd van de Aarde om de Zon:
$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2R^3}{GM_{zon}}}.$$

Op een object dat zich in L_1 bevindt, zal zowel de zwaartekracht uitgeoefend door de Zon als de Aarde inwerken. De zin van de som van deze twee krachten zal naar de Zon wijzen, zodat dit object een cirkelbaan met periode T beschrijft rondom de Zon. De totale kracht op dit object met massa m kan dan geschreven als
$$F_T = G\frac{M_{zon}m}{r^2} - G\frac{M_{aarde}m}{(R-r)^2}.$$
Verder kan de centripetale kracht die nodig is om het object in een cirkelbaan rondom de Zon te houden geschreven worden als
$$F_C = \frac{mv^2}{r} = \frac{4\pi^2mr}{T^2}.$$
Deze twee krachten aan elkaar gelijkstellen en de berekening voor T invullen levert
$$\frac{M_{zon}}{r^3} - \frac{M_{aarde}}{r(R-r)^2} = \frac{M_{zon}}{R^3}.$$
Deze vergelijking is onafhankelijk van de massa m van het object dat zich in het Lagrangepunt bevindt. De enige onbekende in deze vergelijking is de afstand r van de Zon tot het Langrangepunt. Deze vergelijking beschrijft dus de positie van het Lagrangepunt L_1 tussen de Aarde en de Zon.

c) Doe nu hetzelfde voor de twee andere Lagrangepunten die zich op de lijn Zon-Aarde bevinden.

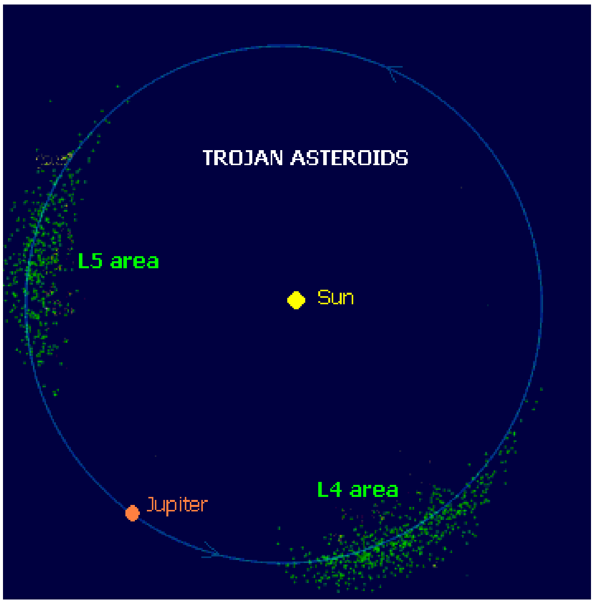
Beide berekeningen zijn analoog aan de vorige vraag. Enkel de zin van de krachten dient naar gelang het Langrangepunt aangepast te worden. Voor Lagrangepunt L_2 kan de vergelijking geschreven worden als

$$\frac{M_{zon}}{r^3} + \frac{M_{aarde}}{r(R-r)^2} = \frac{M_{zon}}{R^3}$$

En voor L_3 als

$$\frac{M_{zon}}{r^3} + \frac{M_{aarde}}{r(R+r)^2} = \frac{M_{zon}}{R^3}.$$

d) Er zijn ook Lagrangepunten die niet op de lijn Zon-Aarde liggen. Hoe uiten deze punten zich in ons zonnestelsel?

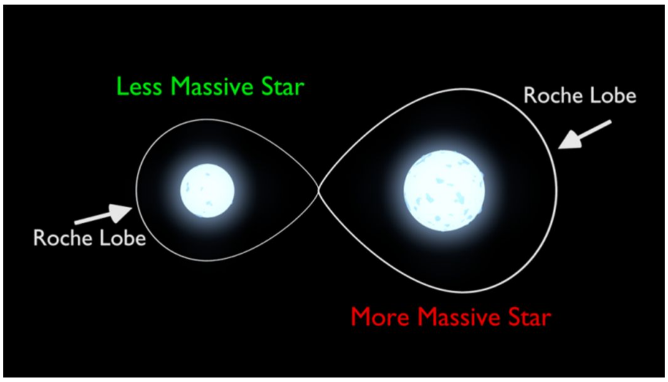


De Lagrangepunten die niet op de lijn Zon-Aarde liggen, zijn L_4 en L_5. Dit zijn tevens ook de enige twee stabiele Langrangepunten. Hiermee wordt bedoeld dat een voorwerp dat zich in zo'n punt bevindt, er terug naartoe zal vallen als het een kleine verandering in positie ondergaat. Analoog zoals een bal terug in een put zal rollen als je hem een klein beetje op de helling duwt. De andere punten L_1, L_2, en L_3 zijn instabiele punten. Hier zullen voorwerpen die er zich in bevinden en een kleine verplaatsing ondergaan zich er steeds verder van weg bewegen. Analoog zoals een bal die zich op de top van een heuvel bevindt verder van de heuvel zal rollen als je er tegen duwt. Dit alles heeft te maken met het feit dat de punten L_4 en L_5 even ver van de Aarde als van de Zon liggen. De andere punten liggen steeds dichter bij een hemellichaam dan bij het andere. Als een voorwerop in L_1, L_2, en L_3 dan een kleine verandering zou ondergaan, zou het zwaartekrachtsveld van de Zon of de Aarde op het voorwerp overheersen en zou zijn baan gedomineerd worden door één van beide hemellichamen.
Aangezien L_4 en L_5 stabiele punten zijn, zullen natuurlijke satellieten zich hier ook gaan ophopen, net zoals water bijvoorbeeld zich ook in een put zal ophopen als het veel regent, maar logischerwijs nooit op de top van een heuvel. De belangrijkste uiting van deze punten in ons zonnestelsel is te zien in het systeem Zon-Jupiter (de planeet met de grootste massa). In deze punten bevinden zich namelijk de zogenaamde Trojanen (zie figuur).
Ook in het systeem Zon-Neptunus en Zon-Mars zijn ook dergelijke Trojanen ontdekt in deze punten, maar in mindere mate dan bij Jupiter.

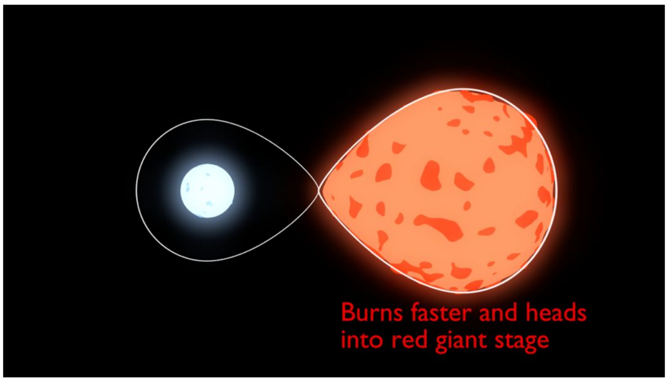
e) De Algol paradox is een paradoxale situatie in de evolutie van dubbelstersystemen. Een fundamentele eigenschap in sterevolutie is dat hoe meer massa een ster heeft, hoe sneller deze zal evolueren. In het geval van Algol en andere binaire systemen kan iets totaal anders geobserveerd worden. De minder massieve ster is al een rode reus geworden terwijl de massiefste ster zich nog op de hoofdreeks bevindt. Geef een duidelijke verklaring voor deze waarnemingen (tip: Lagrangepunten zullen een rol spelen).

Het antwoord op deze vraag ligt in massaoverdracht tussen de sterren. Hoe dit precies gebeurt, illustreren we aan de hand van vier figuren.

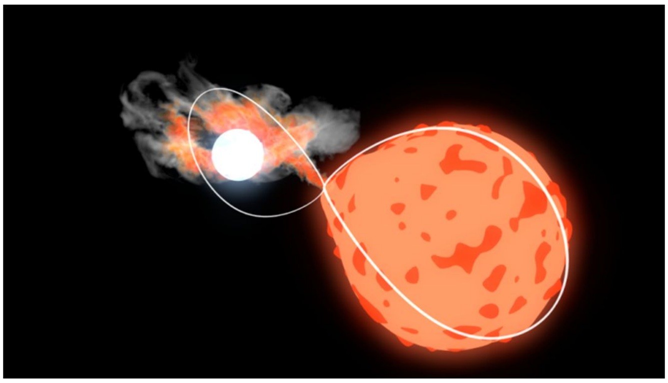
Het systeem bestaat initieel uit een minder massieve en een meer masssieve ster. Op de figuur is ook de Roche lobe van de sterren getekend. Alles wat zich binnen de Roche lobe van een ster bevindt, zal gravitationeel gebonden zijn aan de ster in kwestie. Beide Roche loben van de sterren komen samen in het L_3 punt van het binair systeem.



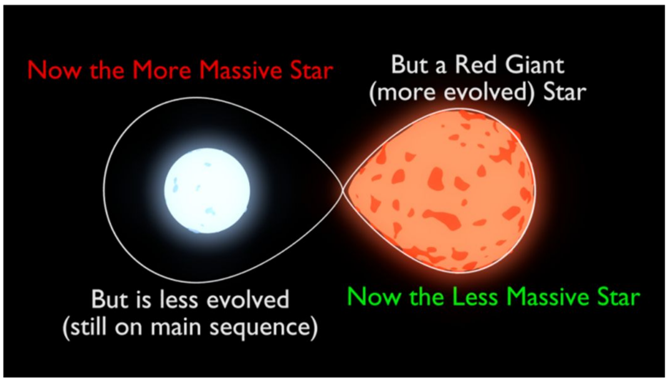
De meest massieve ster zal het snelst de hoofdreeks verlaten en zal dan een rode reus worden. De ster wordt zodanig groot dat ze haar volledige Roche lobe vult.



Als de ster nog groter wordt, zal er materiaal zijn van de ster dat zich buiten de Roche lobe van de ster bevindt. Dit materiaal zal niet meer gravitationeel gebonden zijn aan de ster en de ster zal dus materiaal verliezen. In het L_3 punt, waar de Roche loben van beide sterren elkaar raken, gebeurt een fenomeen dat tot de Algol paradox leidt. Als de rode reus zo groot wordt dat hij voorbij het punt L_3 van het binaire systeem reikt, dan zal er zich een deel van de rode reus in de Roche lobe van de minder massieve ster bevinden. Dit materiaal zal dan bijgevolg gravitationeel gebonden zijn aan de andere minder massieve ster. Op deze manier ontstaat er een massaoverdracht van de massieve ster naar de minder massiever ster.

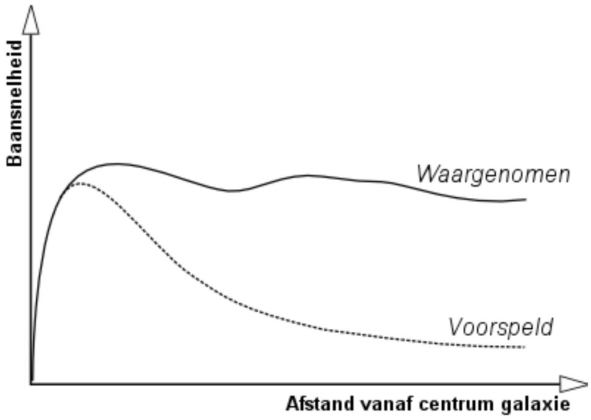


Het eindresultaat is dat de oorspronkelijk minder massieve ster de meest massieve ster van het systeem geworden is. Tijdens de massaoverdracht zal het L_3 punt van het systeem steeds meer opschuiven naar de rode reus toe, tot deze op een bepaald moment zoveel massa verloren heeft dat deze terug net haar Roche lobe opvult. Op dit moment vindt er geen massaoverdracht meer plaats, maar ondertussen is er zoveel massa overgedragen dat de minst en de meest massieve ster omgewisseld zijn. De minst massieve ster zat oorspronkelijk nog of de hoofdreeks en bevindt zich daar ook nog na de massaoverdracht. Deze is nu wel een stuk massiever geworden en zal bijgevolg ook sneller gaan evolueren dan voordien.



(figuren: http://blog.theabsolutemagnitude.com/algol-paradox/)

Vraag 4 (Sterrenstelsels).
Observaties van snelheidsprofielen van sterren in sterrenstelsels leveren een typisch profiel op dat weergegeven wordt in de figuur hiernaast rechts.
a) Hoe wordt zo'n curve waargenomen?



Licht van sterren dat van ons weg beweegt, zal roodverschoven worden en licht van sterren die naar ons toe bewegen, zal blauw verschoven worden omwille van het dopplereffect. Door dit effecten waar te nemen met behulp van spectroscopie kan men bepalen met welke snelheid een ster van ons weg of naar ons toe beweegt. Het eerste deel van de rotatiecurves, waar er zich zichtbare sterren bevinden, kan op deze manier gemeten worden.
Deze curves reiken echter een stuk verder dan de zichtbare sterren reiken in een spiraalstelsel. De uiteinden van deze curves kunnen bepaald worden door het waterstofgas dat aanwezig is tot ver buiten de zichtbare sterschijf. Dit waterstofgas zendt echter geen zichtbaar licht uit, maar wel fotonen met een golflengte van 21 cm. Ook van deze fotonen kan de dopplerverschuiving gemeten worden met behulp van radiotelescopen.
Het combineren van het zichtbare sterrenlicht en de waarnemingen in radiogebied van de 21 cm lijn leidt tot rotatiecurves van sterrenstelsels.

b) Verklaar de vorm van de voorspelde curve.

De massa van de materie zoals wij die kennen kan afgeleid worden uit de hoeveelheid licht die een sterrenstelsel uitzendt. Eenmaal de massa binnen een bepaald deel van een sterrenstelsel gekend is, kan de rotatiesnelheid van een cirkelvormige baan rondom deze massa berekend worden met behulp van de universele gravitatiewet van Newton.
Zoals op de rotatiecurve te zien is, zal de baansnelheid eerst stijgen, wat te verwachten is aangezien er steeds meer massa binnen de cirkelbaan bijkomt als sterren zich verder weg van het centrum bevinden. Als we nog verder van het centrum weggaan, dan houdt de zichtbare schijf op en zal de massa min of meer constant blijven. Hierna zou volgens de wetten van Newton de rotatiesnelheid volgens de wortel van de afstand tot het centrum moeten afnemen.

c) Leg de twee meest gangbare theorieën uit die voorspellen waarom de geobserveerde curve afwijkt van de voorspelde. Welke is volgens jou de meest voor de hand liggende theorie en waarom?

De meest gangbare theorie is het veronderstellen van donkere materie. Doordat de waargenomen rotatiecurve niet afneemt naarmate de afstand tot het centrum van het sterrenstelsel toeneemt, moet er veel meer materie dan verwacht aanwezig zijn en dit tot ver buiten de zichtbare sterschijf. Deze donkere materie is tevens niet waarneembaar in het elektromagnetisch spectrum en is tot op vandaag enkel waargenomen door de gravitationele interactie met andere objecten.
Een tweede theorie die deze rotatiecurve kan verklaren, is de modified newtonian dynamics (MOND). In deze theorie worden de wetten van Newton op grote afstanden aangepast zodat ze de observaties wel kunnen verklaren (en nog steeds geldig blijven op kleine afstanden ook).

Dit is het einde van de eerste ronde van
de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2016.