# Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2020

## Oplossingen

## 8 april 2020

In dit document worden oplossingen voorgesteld voor de vragen van de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2020. Het spreekt voor zich dat andere methodes eventueel ook tot correcte oplossingen kunnen leiden.

Vlaamse Sterrenkunde Olympiade
Vereniging Voor Sterrenkunde
Oostmeers 122c
8000 Brugge

Het organiserend comité van de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2020: Robin Baeyens (KULeuven), Robin Björklund (KULeuven), Jelle Dhaene (UGent), Frank Tamsin (VVS) en Sébastien Viaene (UGent).

*http://www.sterrenkundeolympiade.be*
*info@sterrenkundeolympiade.be*

Meerkeuze vragenreeks

1. Bij de zomerzonnewende culmineert de Zon op een bepaalde plaats op een hoogte van +72°50’. Waar ergens kan dit het geval zijn?
a) tussen 0° en 15° noorderbreedte
b) tussen 15° en 30° noorderbreedte
**c) tussen 30° en 45° noorderbreedte**
d) tussen 45° en 60° noorderbreedte
e) tussen 60° en 75° noorderbreedte

Op een plaats met breedteligging ϕ culmineert een object met declinatie δ op een hoogte $h = 90° - \phi + \delta$. Op het ogenblik van de zomerzonnewende is de declinatie van de Zon $\delta_\odot = 23°27'$. De culminatiehoogte $h_\odot = 72°50'$ doet zich dus voor op een breedteligging $\phi = 90° - h_\odot + \delta = 90° - 72°50' + 23°27' = 41°36'$.

2. Waarnemers op verschillende continenten zien tegelijkertijd de Maan op een iets andere plaats ten opzichte van de sterren aan de hemel staan.
a) Dit is onjuist: iedereen ziet de Maan op exact dezelfde plaats.
**b) Dit wordt veroorzaakt door het parallaxeffect.**
c) Dit wordt veroorzaakt door de lenswerking van de zwaartekracht.
d) Dit wordt veroorzaakt door het dopplereffect.
e) Dit wordt veroorzaakt door de continentendrift.

Parallax is het verschijnsel dat de schijnbare positie van een voorwerp ten opzichte van een ander voorwerp of de achtergrond varieert als het vanuit verschillende posities bekeken

3. In tegenstelling tot op Venus, is het broeikaseffect op Mars niet uit de hand gelopen. Wat is hiervoor de voornaamste reden?
a) Mars bevindt zich verder van de Zon dan Venus.
b) Het magnetisch veld van Mars is zwakker dan dat van Venus.
c) Op Mars komt geen koolstofdioxide voor.
**d) Door de zwakkere gravitatie van Mars is de dichtheid van de atmosfeer er veel lager dan op Venus.**
e) De atmosfeer van Mars bevat veel meer ozon dan die van Venus.

Voor meer informatie hierover verwijzen we naar https://www.knmi.nl/kennis-en-datacentrum/achtergrond/broeikaseffect-op-aarde-en-haar-buurplaneten.

4. Welke van de volgende sondes heeft de Zon bestudeerd vanuit een baan die grote ecliptische breedtes kon bereiken?
a) Parker Solar Probe
**b) Ulysses**
c) Solar Polar Probe
d) Solar and Heliospheric Observatory
e) Geen enkele van bovenstaande

De Ulysses was een ruimtesonde die op 6 oktober 1990 werd gelanceerd om de zonnewind te onderzoeken. In 1994 werd de zuidpool van de Zon onderzocht en in 1995 de noordpool. Het was de eerste ruimtesonde die de poolgebieden van de Zon bestudeerde. In 1999 en 2000 werden de poolgebieden nogmaals gepasseerd. In die jaren was de activiteit van de Zon flink toegenomen en de corona onrustiger geworden, waardoor het magnetische veld een ingewikkelde structuur had gekregen.

5. De baan van een komeet heeft een excentriciteit e = 0,12 en een halve lange baanas a = 4 AE (astronomische eenheden). Hoeveel bedraagt de periheliumafstand van deze komeet?
a) 3,0 AE.
**b) 3,5 AE.**
c) 4,0 AE.
d) 4,5 AE.
e) 5,0 AE.

Aangezien de excentriciteit e = 0,12 < 1 hebben we te maken met een ellipsbaan en is derhalve de periheliumafstand $q = a(1 - e) = 4(1 - 0{,}12)\ AE = 3{,}52\ AE$.

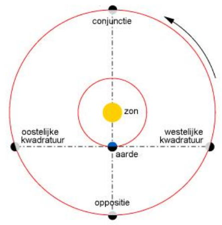
6. Mars beweegt rond de Zon op een gemiddelde afstand van $2{,}28 \cdot 10^{11}$ m en heeft een straal van $3{,}39 \cdot 10^{6}$ m. De Zon heeft een vermogen van $3{,}828 \cdot 10^{26}$ W. Hoeveel zonne-energie valt er elke seconde op het oppervlak van Mars. De effecten van de dunne atmosfeer van Mars mogen verwaarloosd worden.
a) 586 joule per seconde
**b) $4{,}23 \cdot 10^{16}$ joule per seconde**
c) $8{,}46 \cdot 10^{16}$ joule per seconde
d) $3{,}45 \cdot 10^{17}$ joule per seconde
e) $3{,}828 \cdot 10^{26}$ joule per seconde

De totale lichtkracht $L$ (of het vermogen) van de Zon wordt uitgespreid over een bol met als straal de afstand $d$ van de bron. Als $R$ de straal van Mars is, dan vangt de planeet zonlicht op over een oppervlakte $\pi R^2$. In totaal valt dus elke seconde

$$\frac{L}{4\,\pi\,d^2} \times \pi R^2 = \frac{L\,R^2}{4\,d^2} = 2{,}1 \cdot 10^{16}\ W$$

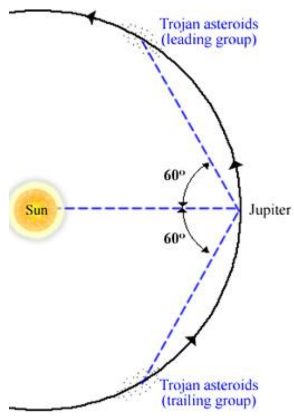
Het juiste antwoord was hier dus niet gegeven, zodat de beste benadering in aanmerking genomen mag worden.

7. Hoe zal de Aarde gezien worden vanaf Mars, op het ogenblik dat Mars zich in kwadratuur bevindt ten opzichte van de Aarde?
a) in nieuwe fase
b) in wassende fase
**c) in halve fase**
d) in afnemende fase
e) in volle fase




De standen corresponderend met een elongatie van 90° noemt men de kwadratuurstanden. Men spreekt van een westelijke kwadratuur (elongatie van 90° west) en een oostelijke kwadratuur (elongatie van 90° oost). In beide gevallen zal men vanuit Mars de Aarde precies half verlicht zien.

8. De gemiddelde afstand tussen de twee groepen Trojaanse planetoïden bij Jupiter (de Grieken en de Trojanen) bedraagt (tot op 0,1 AE nauwkeurig)
a) 2,8 AE.
b) 4,5 AE.
c) 5,2 AE.
**d) 9,0 AE.**
e) 10,4 AE.




De Trojaanse planetoïden bevinden zich in de Lagrangepunten L4 en L5 van de baan van de planeet Jupiter, en bewegen op 60 graden boogafstand met de planeet mee. De Zon, Jupiter en de twee groepen Trojanen vormen dus twee gelijkzijdige driehoeken, met de afstand tussen de Zon en Jupiter (dus 5,2 AE) als zijdelengte. De afstand tussen beide groepen bedraagt bijgevolg $2 \times 5{,}2\ AE \times \sin 60° = 9{,}0\ AE$.

9. De lengte van de halve lange as van de baan van Mars bedraagt 1,5 astronomische eenheden. De straal van de Zon is 695700 km. Wat is de hoekdiameter van de Zon gezien vanaf Mars (uitgedrukt in boogminuten)?
a) 0,178'.
b) 10,7'.
c) 16,0'.
**d) 21,3'.**
e) 32,0'.

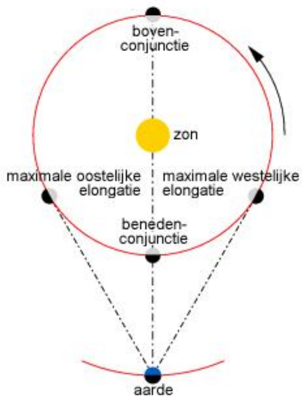
Beschouwen we de gelijkbenige driehoek gevormd met de zonnediameter $R$ als basis en Mars op afstand $d$ als derde hoekpunt, dan is de hoekdiameter θ van de Zon $\theta = 2\,\mathrm{Arctan}\frac{R}{d} = 21{,}3'$.

10. De terrestrische planeten zijn dicht bij de Zon gevormd:
a) omdat bij de vorming van het zonnestelsel de meeste silicaten zich in het centrum van de nevel bevonden.
b) omdat silicaten zich enkel konden vormen dicht bij de Zon.
**c) omdat het in het binnenste deel van het zonnestelsel zo heet was dat protoplaneten niet al te groot werden en daardoor geen significante hoeveelheden waterstof en helium konden invangen.**
d) omdat er zich weinig waterstof en helium bevond in het binnenste deel van het zonnestelsel op het ogenblik dat de terrestrische planeten gevormd werden.
e) omdat de zwaartekracht van de Zon daar groter is.

Binnen de zogenaamde sneeuwlijn is alle ijs verdampt. Buiten de sneeuwlijn (die in het prille zonnestelsel in de buurt van de baan van Jupiter lag), kan zich ijs vormen en dit kan samenklitten, waardoor grotere protoplaneten kunnen ontstaan. Deze protoplaneten kunnen lichtere gassen invangen, waardoor zich gasreuzen kunnen vormen.

11. Wanneer Venus haar maximale oostelijke elongatie bereikt
a) dan is de planeet zichtbaar aan de hemel in oppositie met de Zon.
**b) dan is de planeet zichtbaar aan de hemel als 'avondster'.**
c) dan is de planeet zichtbaar aan de hemel als 'morgenster'.
d) dan is de planeet zichtbaar aan de hemel in conjunctie met de Zon.
e) dan is de planeet niet zichtbaar aan de hemel.

Binnenplaneten (Mercurius en Venus) staan dichter bij de Zon dan de Aarde. De elongatie van deze planeten kan niet alle waarden bereiken, zoals nevenstaande figuur illustreert. Wanneer de maximale oostelijke elongatie wordt bereikt (i.e. de planeet bevindt zich ten oosten van de Zon), is de binnenplaneet het best zichtbaar als 'avondster', in het westen. Wanneer de maximale westelijke elongatie wordt bereikt, is de binnenplaneet het best zichtbaar als 'ochtendster', in het oosten. De maximale elongatie van Mercurius bedraagt hoogstens 27°; die van Venus hoogstens 48°.




12. Een 8 inch Dobson telescoop met openingsverhouding f/6 wordt gebruikt in combinatie met een 12 mm Plössl oculair (1 inch = 2,54 cm). Welke vergroting wordt hiermee bereikt?
a) 30 ×.
b) 50 ×.
c) 72 ×.
**d) 100 ×.**
e) 200 ×.

De vergroting wordt berekend door de brandpuntsafstand van de telescoop te delen door de brandpuntsafstand van het oculair. De openingsverhouding van de telescoop geeft de verhouding weer tussen de brandpuntsafstand en de diameter van het objectief.

13. De Very Large Array interferometer, die waarneemt bij een golflengte van ongeveer 1 meter, heeft een basislijn van 36,4 km. Hoe groot zou de diameter van een optische telescoop moeten zijn om dezelfde resolutie te bereiken in visueel licht (golflengte 550 nm).
**a) 2 cm**
b) 20 cm
c) 36,4 m
d) 2 m
e) 20 m

Als λ de golflengte van het licht voorstelt en *D* de opening van de telescoop, dan wordt de hoekresolutie θ gegeven door $\theta^{(rad)} = 1{,}22\frac{\lambda}{D}$ of $\theta^{('')} = 206265 \times 1{,}22\frac{\lambda}{D}$.
Gegeven is dat $\lambda_{VLA} = 1\ m$, $D_{VLA} = 36{,}4 \cdot 10^3\ m$, $\lambda_{opt} = 550 \cdot 10^{-9}\ m$.
Om dezelfde resolutie te bereiken moet de diameter $D_{opt}$ van de optische telescoop dus voldoen aan $\frac{\lambda_{VLA}}{D_{VLA}} = \frac{\lambda_{opt}}{D_{opt}}$. We vinden aldus $D_{opt} = D_{VLA}\frac{\lambda_{opt}}{\lambda_{VLA}} = 36{,}4 \cdot 10^3 \times \frac{550 \cdot 10^{-9}}{1} m = 0{,}02\ m$.

14. Welk van de volgende objecten uit de catalogus van Messier heeft de laagste massa?
a) M3
b) M5
c) M15
d) M33
**e) M57**

Messier 3, 5 en 15 zijn bolvormige sterrenhopen. Messier 33 is een extragalactisch sterrenstelsel (en heeft de grootste massa). Messier 57 is een planetaire nevel (en bevat dus materie die afkomstig is van slechts één ster).

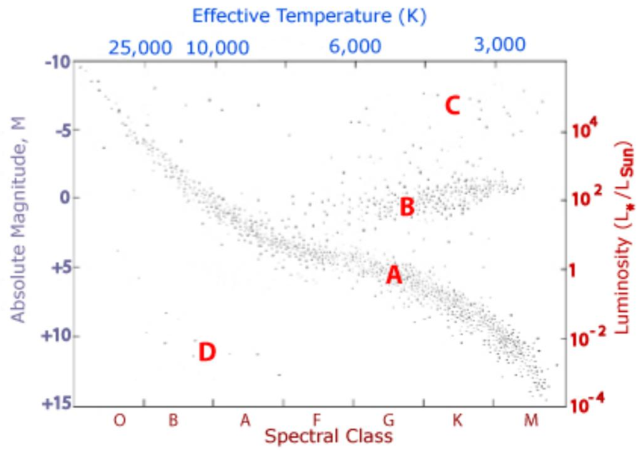
15. Welke van volgende sterren is het helderst (met het blote oog)?
**a) β Ori**
b) β Cep
c) β Cyg
d) β Lyr
e) β CMa

De magnitudes van deze sterren zijn (gemiddeld, bij benadering): β Ori (Rigel) magnitude 0,12; β Cep magnitude (Alfirk) 3,23; β Cyg (Albireo) magnitude 3,08; β Lyr (Sheliak) magnitude 3,52; β CMa (Mirzam) magnitude 1,98. Hoe groter de helderheid, hoe kleiner het magnitudegetal.

16. Wat is het grootst mogelijke atoomnummer (Z) dat kan gevormd worden in de kern van de meest massieve sterren door middel van 'normale' fusie, dus voorafgaand aan het ineenstorten van de ster?
a) 2, helium (He).
b) 82, lood (Pb).
c) 54, xenon (Xe).
**d) 26, ijzer (Fe).**
e) 92, uranium (U).

De elementen zwaarder dan waterstof en helium worden in sterren opgebouwd via een reeks fusieprocessen. Het zwaarste element dat op die manier kan gevormd worden is ijzer, dat atoomnummer 26 heeft. Dat komt doordat fusieprocessen met ijzer veel meer energie verbruiken dan dat ze vrijgeven. De vorming van zwaardere elementen dan ijzer, zoals uranium met atoomnummer 92, is zo'n moeilijk proces dat het vrijwel onmogelijk is. Elementen die zwaarder zijn dan ijzer maken op kosmische schaal dan ook slechts een miljoenste deel van alle elementen uit. En daarom zijn elementen als goud, platina en uranium zo zeldzaam en kostbaar.

17. Een van de mogelijke eindes in de evolutie van een ster is een witte dwerg. In de figuur is een zogenoemd Hertzsprung-Russell-diagram weergegeven. De letters geven verschillende fases aan in de evolutie van een ster, die dus verschillende plekken hebben in dit diagram. Welke van de letters hoort bij de groep witte dwergen?




a) A.
b) B.
c) C.
**d) D.**
e) Geen van bovenstaande.

De letter A komt overeen met de hoofdreeks, B met de rode reuzen en C met de superreuzen. De witte dwergen bevinden zich in gebied D.

18. Hoe lang duurt de hoofdreeksfase van een ster met een massa van 0,1 keer de massa van de Zon en van een ster met een massa van 10 keer de massa van de Zon? Er mag aangenomen worden dat de lichtkracht van een ster evenredig is met de macht 3,5 van de massa en dat de hoofdreeksfase van onze Zon 10 miljard jaar duurt.
a) Voor de ster van 0,1 $M_{\odot}$ is dit 100 miljard jaar en voor de ster van 10 $M_{\odot}$ is dit 1 miljard jaar.
b) Voor de ster van 0,1 $M_{\odot}$ is dit 316 miljard jaar en voor de ster van 10 $M_{\odot}$ is dit 316 miljoen jaar.
**c) Voor de ster van 0,1 $M_{\odot}$ is dit $3{,}16 \cdot 10^{12}$ jaar en voor de ster van 10 $M_{\odot}$ is dit $3{,}16 \cdot 10^{7}$ jaar.**
d) Voor de ster van 0,1 $M_{\odot}$ is dit $3{,}16 \cdot 10^{12}$ jaar en voor de ster van 10 $M_{\odot}$ is dit $3{,}16 \cdot 10^{8}$ jaar.
e) Voor alle sterren duurt de hoofdreeksfase ongeveer 10 miljard jaar.

De levensduur *t* van een ster is evenredig met de massa *M* ervan en omgekeerd met de lichtkracht *L*. We vinden dus $t \sim \frac{M}{L} = \frac{M}{M^{3,5}} = M^{-2,5}$. Noemen we $t_0$ de levensduur van de Zon, dan is $t = t_0 \cdot M^{-2,5}$.

19. Schat de (gezamenlijke) visuele magnitude van de dubbelster α Pisces, als gegeven is dat de visuele magnitudes van de componenten afzonderlijk 4,3 en 5,2 zijn.
a) tussen magnitude 0 en magnitude 1
b) tussen magnitude 1 en magnitude 2
c) tussen magnitude 2 en magnitude 3
**d) tussen magnitude 3 en magnitude 4**
e) tussen magnitude 4 en magnitude 5

De helderheid $\ell_s$ van een ster met magnitude $m_s$ ten opzichte van een referentiester met helderheid $\ell_0$ en magnitude $m_0$ is gegeven door $\ell_s = \ell_0 \times 10^{0,4(m_0 - m_s)}$.
Willen we nu de totale magnitude $m_t$ van een groep sterren kennen, dan is de totale helderheid $\ell_t$ natuurlijk gelijk aan de som van de helderheden van elke ster uit die groep, zodat

$$\ell_t = \sum_s \ell_0 \times 10^{0,4(m_0 - m_s)}$$

De index *s* bij het sommatieteken duidt aan dat de som genomen wordt over alle sterren van de groep. De totale helderheid kunnen we anderzijds ook schrijven als $\ell_t = \ell_0 \times 10^{0,4(m_0 - m_t)}$
Combinatie van voorgaande formules levert dan

$$\sum_s \ell_0 \times 10^{0,4(m_0 - m_s)} = \ell_0 \times 10^{0,4(m_0 - m_t)}$$

waaruit met enig eenvoudig algebraïsch rekenwerk volgt dat

$$10^{-0,4\, m_t} = \sum_s 10^{-0,4\, m_s}$$

Door het nemen van de logaritme van beide leden kunnen we deze formule ook nog schrijven als

$$m_t = -2{,}5 \times \log \sum_s 10^{-0,4\, m_s}$$

Op basis van deze formule vinden we dan voor de gezamenlijke magnitude

$$-2{,}5 \times \log(10^{-0,4 \times 4,3} + 10^{-0,4 \times 5,2}) = 3{,}9$$

20. De Orionnevel heeft rechte klimming $05^h35^m$ en declinatie –05°23'. We zoeken de lokale zonnetijd wanneer de Orionnevel door de meridiaan ging tijdens de nacht van 1 februari 2019. De datum van de lente-equinox in 2019 was 20 maart.

**a) $20^h40^m$**
b) $22^h22^m$
c) $12^h00^m$
d) $01^h38^m$
e) $03^h20^m$

De datum van 1 februari 2019 is 47 dagen vóór de lente-equinox. Op dat ogenblik bedraagt de rechte klimming van de Zon $\alpha_{\odot} = -\frac{47}{365} \times 24^h = -3^h05^m$. Bijgevolg gaat de Orionnevel door de meridiaan om $12^h + 5^h35^m + 3^h05^m = 20^h40^m$.

21. De spectra van twee sterren A en B pieken bij golflengten van respectievelijk 500 nm en 250 nm. Wat is de verhouding van hun lichtkracht als ze zwarte gaten vormen met Schwarzschild-stralen in de verhouding 8:1? Neem aan dat hun dichtheden uniform en identiek waren voordat ze instortten om zwarte gaten te vormen en dat ze geen massa verloren hebben tijdens het vormen van de zwarte gaten.

a) 2:1
b) 4:1
**c) 1:4**
d) 1:2
e) 1:1

De wet van Stefan-Boltzmann geeft het verband tussen de lichtkracht $L$ van een zwarte straler, en de straal $R$ en de temperatuur $T$ ervan, volgens $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ waarbij $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W m$^{-2}$ K$^{-4}$ de constante van Stefan-Boltzmann (of eerste stralingsconstante) is.

Hieruit vinden we dat $\frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^2 \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^4$.

De Schwarzschildstraal $s$ van een object kan berekend worden uit $s = \frac{2GM}{c^2}$, waarbij $M$ de massa van het object is en $G$ en $c$ respectievelijke de universele gravitatieconstante en de lichtsnelheid voorstellen. Verder weten we dat $M = \rho V$ waarbij $\rho$ de dichtheid van $V$ het volume van het object voorstelt, en daarbij is $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. Uitgaande van een uniforme en gelijke dichtheid vinden we uit dit alles dat $\frac{s_A}{s_B} = \frac{M_A}{M_B} = \frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^3$.

Gezien $\frac{s_A}{s_B} = 8$ zal $\frac{R_A}{R_B} = 2$.

De golflengte $\lambda_{max}$ waarbij een ster van temperatuur $T$ maximaal straalt, kan berekend worden met de verschuivingswet van Wien: $\lambda_{max}.T = b$ waarbij b = 2,897756·10$^{-3}$ K·m. Hieruit kunnen we afleiden dat $\lambda_A.T_A = \lambda_B.T_B$ en dus $\frac{T_A}{T_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A}$.

Combinatie van de wet van Stefan-Boltzmann en de verschuivingswet van Wien leidt dan tot

$$\frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^2 \left(\frac{\lambda_B}{\lambda_A}\right)^4 = \left(\frac{2}{1}\right)^2 \left(\frac{250}{500}\right)^4 = \frac{1}{4}$$

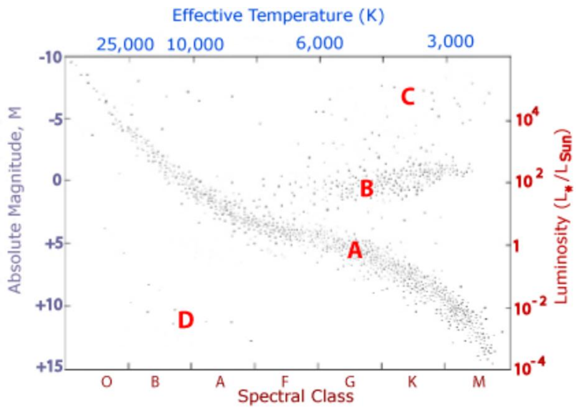
22. Welk van volgende uitspraken over de sterpopulaties in ons Melkwegstelsel is correct?
**a) Populatie I sterren bevinden zich vooral in de dunne schijf en de spiraalarmen en populatie II sterren komen vooral voor in de halo en de centrale verdikking.**
b) Populatie I sterren bevinden zich vooral in de dunne schijf en de centrale verdikking en populatie II sterren komen vooral voor in de spiraalarmen en de halo.
c) Populatie I sterren bevinden zich vooral in de halo en de centrale verdikking en populatie II sterren komen vooral voor in de dunne schijf en de spiraalarmen.
d) Populatie I sterren bevinden zich vooral in de dunne schijf en de halo en populatie II sterren komen vooral voor in de spiraalarmen en de centrale verdikking.
e) In ons Melkwegstelsel komen enkel populatie II sterren voor.

Oudere sterren (populatie II) worden over het algemeen gevonden in de centrale verdikking (bulge) en in de halo. Jongere sterren (populatie I) komen typisch voor in de dunne schijf en in de spiraalarmen.

23. Astronomen vermoeden dat de eerste sterren in het heelal zogenoemde populatie III sterren waren. Het spectrum van deze populatie III sterren bevat hoogstwaarschijnlijk:
a) geen spectraallijnen
**b) spectraallijnen van alleen waterstof en helium**
c) spectraallijnen van extreem zware metalen
d) spectraallijnen van kleine molecuuldeeltjes
e) spectraallijnen van complexe koolstofmoleculen

Omdat populatie III sterren zijn ontstaan uit het materiaal dat bij de oerknal is gevormd, bestaan ze enkel uit waterstof en helium.

24. Een open sterrenhoop is een groep van sterren die hoogstwaarschijnlijk op hetzelfde moment uit dezelfde moleculaire wolk is ontstaan. De leeftijd van zo'n open sterrenhoop kan bepaald worden door naar het Hertzsprung-Russell-diagram te kijken. Op welk van de volgende redeneringen is die tijdsbepaling gebaseerd?




a) In een oude open sterrenhoop worden geen zware sterren geboren.
b) In een oude open sterrenhoop worden geen lichte sterren geboren.
c) In een oude open sterrenhoop zijn de lichte sterren met spectraalklasse F, G, K, M al verder ontwikkeld als ster en ontbreken deze dus in de groep aangeduid met de letter A in het HR-diagram.
**d) In een oude open sterrenhoop zijn zware sterren met spectraalklasse O, B, A al verder ontwikkeld als ster en ontbreken deze dus in de groep aangeduid met de letter A in het HR-diagram.**
e) Het klopt niet dat de leeftijd van zo'n open sterrenhoop kan bepaald worden door het HR-diagram te bestuderen.

Zwaardere sterren leven minder lang dan lichtere sterren. De zwaarste sterren zullen dus als eerste de hoofdreek verlaten. Naarmate de tijd vordert, zullen ook minder zware sterren de hoofdreeks verlaten. Het afbuigpunt van de hoofdreeks verschuift dus steeds meer naar onder in de loop van het leven van een open sterrenhoop. Uit de ligging van het afbuigpunt kan men dus de leeftijd van de open sterrenhoop afleiden.

25. Welk van volgende fenomenen kan géén aanleiding geven tot een type Ia supernova?
**a) Het samenvoegen van twee witte dwergen, elk met een massa van 0,5 $M_\odot$.**
b) Het samenvoegen van twee witte dwergen, de ene met een massa van 0,98 $M_\odot$ en de andere met een massa van 0,4 $M_\odot$.
c) De accretie van massa die afkomstig is van een begeleidende subreus op een witte dwerg.
d) De accretie van massa die afkomstig is van een begeleidende reuzenster op een witte dwerg.
e) Alle bovenstaande fenomenen kunnen wel degelijk aanleiding geven tot een type Ia supernova.

Een supernova type Ia is een type supernova dat plaatsvindt in een dubbelstersysteem, waarvan tenminste een van beide sterren een witte dwerg is. De andere ster kan verschillende objecten zijn: alles van een reuzenster tot een kleinere witte dwerg behoren tot de mogelijkheden. De voorwaarde voor het ontstaan van een supernova is wel dat de samengevoegde massa de Chandrasekhar-limiet (1,44 $M_\odot$) overtreft.

26. Diverse methoden om afstanden te bepalen in de sterrenkunde hebben elk hun eigen toepassing en bereik in afstanden waarvoor ze geschikt zijn. Wat geeft correct de volgorde weer waarvoor de methoden geschikt zijn, van nabij tot veraf?
**a) Stellaire parallax – Spectroscopische parallax – RR Lyrae variabelen – Wet van Hubble**
b) Spectroscopische parallax – Stellaire parallax – RR Lyrae variabelen – Wet van Hubble
c) Stellaire parallax– RR Lyrae variabelen – Spectroscopische parallax – Wet van Hubble
d) Stellaire parallax – Spectroscopische parallax – Wet van Hubble – RR Lyrae variabelen
e) Spectroscopische parallax – Stellaire parallax – Wet van Hubble – RR Lyrae variabelen

De grens voor het gebruik van stellaire parallax is van orde van grootte 100 parsec. Met de spectroscopische parallax kunnen afstanden tot ongeveer 10000 parsec bepaald worden. Met RR Lyrae sterren kan met tot ongeveer een megaparsec geraken. De wet van Hubble wordt toegepast voor de allergrootste afstanden in het heelal.

27. Welk van de volgende uitspraken is correct?
**a) Voor sommige sterrenstelsels is de snelheid waarmee ze zich van ons lijken te verwijderen groter dan de lichtsnelheid.**
b) Het verband tussen snelheid en afstand van sterrenstelsels, zoals door Hubble geformuleerd, laat geen verwijderingssnelheden groter dan de lichtsnelheid toe.
c) De wet van Hubble-Lemaître is eigenlijk niet verenigbaar met de speciale relativiteitstheorie.
d) Als sommige sterrenstelsels een verwijderingssnelheid zouden vertonen die groter is dan de lichtsnelheid, dan zouden de fotonen van deze sterrenstelsels ons nooit kunnen bereiken.
e) Aangezien de expansie van het heelal versnelt, zullen fotonen die op dit eigenste ogenblik worden uitgezonden door sterrenstelsels die zich met de lichtsnelheid van ons lijken te verwijderen, ons nooit kunnen bereiken.

Men dient zich hierbij te realiseren dat het hier niet gaat om een fysieke beweging van de sterrenstelsels zelf aan een snelheid groter dan de lichtsnelheid; het is de ruimte waarin ze bestaan die uitzet. Het bewegen in de ruimte kan volgens de relativiteitstheorie niet sneller dan met de lichtsnelheid, maar het zich verwijderen van twee punten van elkaar door het groeien van de ruimte kan wel met een snelheid groter dan de lichtsnelheid.

28. Het spectrum van een object bevat een spectraallijn op golflengte 490 nm. In het labo wordt deze lijn waargenomen bij 500 nm. Wat kunnen we hieruit besluiten?
a) Het object beweegt zich van ons weg aan 1/50 van de lichtsnelheid.
b) Het object beweegt zich van ons weg aan 1/10 van de lichtsnelheid.
**c) Het object beweegt zich naar ons toe aan 1/50 van de lichtsnelheid.**
d) Het object beweegt zich naar ons toe aan 1/500 van de lichtsnelheid.
e) Het object beweegt zich naar ons toe aan 1/10 van de lichtsnelheid.

Zij $\lambda$ de waargenomen golflengte en $\lambda_0$ de golflengte in het labo. Met v noteren we de verwijderingssnelheid en met c de lichtsnelheid. Dan luidt de formule voor het dopplereffect:

$$\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_0}=\frac{v}{c}$$

We vinden dus dat

$$v=\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_0}c=\frac{490-500}{500}c=-\frac{c}{50}$$

Het min-teken betekent dat object naar ons toe komt. Dit is overigens meteen duidelijk gezien de waargenomen golflengte korter is dan de golflengte in het labo (blauwverschuiving).

29. Astronomen denken dat het heelal een grote hoeveelheid niet waargenomen donkere materie bevat. Deze hypothese is gebaseerd op:
a) het feit dat een groot gebied van het elektromagnetisch spectrum vanop Aarde niet waarneembaar is.
b) de enorme hoeveelheden gas die men aantreft in spiraalstelsels.
c) de enorme hoeveelheden donker stof in spiraalstelsels.
**d) de vlakke rotatiecurves van spiraalstelsels.**
e) de krachtige radio-emissie die afkomstig uit de kernen van spiraalstelsels.

Een vlakke rotatiecurve betekent dat de snelheid de rotatiesnelheid van het spiraalstelsel niet afneemt naarmate de afstand tot de kern van het stelsel toeneemt, maar gelijk blijft. Dit zou er kunnen op wijzen dat er in de sterrenstelsels meer massa moet zijn dan de massa van de zichtbare materie.

30. In 2020 vieren we de honderdste verjaardag van het zogenoemde ‘Grote Debat’, dat in 1920 gehouden werd tussen Harlow Shapley en Heber Curtis. Daarin werd onder andere beweerd dat de Zon zich ver van het centrum van het Melkwegstelsel bevindt. Welke argumentatie werd aangevoerd om dit te onderbouwen?
a) Er zijn Cepheïden waargenomen in andere galaxieën.
b) Stof zorgt voor verroding van het sterlicht.
c) Het feit dat we de Melkweg als een band aan de hemel waarnemen.
**d) De meeste bolvormige sterrenhopen bevinden zich langs één zijde van de hemel.**
e) Men zou spiraalnevels moeten kunnen zien roteren.

Sommige van de andere uitspraken zijn weliswaar ook correct (evenwel niet allemaal), maar zijn geen argument voor de te staven bewering.

| | |
|---|---|
| 1. | C |
| 2. | B |
| 3. | D |
| 4. | B |
| 5. | B |
| 6. | B |
| 7. | C |
| 8. | D |
| 9. | D |
| 10. | C |

| | |
|---|---|
| 11. | B |
| 12. | D |
| 13. | A |
| 14. | E |
| 15. | A |
| 16. | D |
| 17. | D |
| 18. | C |
| 19. | D |
| 20. | A |

| | |
|---|---|
| 21. | C |
| 22. | A |
| 23. | B |
| 24. | D |
| 25. | A |
| 26. | A |
| 27. | A |
| 28. | C |
| 29. | D |
| 30. | D |

Open vragenreeks I: zwaartekracht

Bij de vragen hieronder mag gebruikgemaakt worden van volgende gegevens:

Massa van de Aarde: $M_{aarde} = 5{,}972 \times 10^{24}$ kg
Massa van de Zon: $M_{zon} = M_{\odot} = 1{,}989 \times 10^{30}$ kg
Straal van de Aarde: $R_{aarde} = 6371$ km
Afstand Aarde-Maan: $d_{aarde-maan} = 384400$ km
Afstand Zon-Aarde: $d_{zon-aarde} = 1$ AE $= 1{,}496 \times 10^{8}$ km
$G = 6{,}67408 \times 10^{-11}\ m^3kg^{-1}s^{-2}$
$g = 9{,}81\ m\ s^{-2}$

Alle gegevens die nodig zijn om deze vragenreeks op te lossen zijn hierboven vermeld. Er mogen dus geen andere numerieke data gebruikt worden.

> *"Oh Gravity, Thou Art a Heartless Bitch"*
> *Sheldon Cooper*

Vraag 1.
Voor het oplossen van deze vraag mag je ervan uitgaan dat de satellieten zich in een cirkelvormige baan rondom de Aarde bevinden alsook dat de planeten een cirkelvormige baan rondom de Zon beschrijven, met respectievelijk de Aarde en de Zon in het midden van de cirkelvormige baan.
Stel dat de straal van de Aarde 10% groter zou zijn. Wat zou dit als gevolgen hebben voor de zwaartekracht aan het aardoppervlak? Reken dit na. Ga ervan uit dat de dichtheid van de Aarde dezelfde blijft.
In de volgende vragen wordt deze planeet de 'Nieuwe Aarde' genoemd. De Aarde, het aardoppervlak of dergelijke benamingen blijven verwijzen naar de Aarde in haar huidige toestand.

Noteren we met $M_a$ en $R_a$ respectievelijk de massa en de straal van de Aarde, dan kan de valversnelling g op de Aarde kan geschreven worden als

$$g = \frac{GM_a}{{R_a}^2}$$

Volkomen analoog kan de valversnelling $g_n$ op het oppervlak van de Nieuwe Aarde geschreven worden als

$$g_n = \frac{GM_n}{{R_n}^2}$$

waarbij $M_n$ en $R_n$ respectievelijk de massa en de straal van de Nieuwe Aarde voorstellen.
Rekening houdende met het feit dat de massa van de Aarde geschreven kan worden als

$$M_a = \rho_a V_a = \rho_a \frac{4}{3}\pi {R_a}^3$$

(met $V_a$ het volume van de Aarde) en het feit dat de dichtheid $\rho_a$ van de Nieuwe Aarde dezelfde blijft, bekomen we

$$g_n = \frac{GM_n}{{R_n}^2} = G\frac{\rho_a V_n}{{R_n}^2} = G\frac{M_a V_n}{V_a {R_n}^2} = GM_a \frac{\frac{4}{3}\pi {R_n}^3}{\frac{4}{3}\pi {R_a}^3}\frac{1}{{R_n}^2} = G\frac{M_a}{{R_a}^2}\frac{R_n}{R_a} = 1.1\ g = 10{,}79\ \frac{m}{s^2}$$

Vraag 2.
Hoe hoog boven het oppervlak van de Nieuwe Aarde is de zwaartekracht gelijk aan deze op het aardoppervlak?

De zwaartekracht of valversnelling op een hoogte h boven de Nieuwe Aarde kan geschreven worden als

$$g_n(h) = \frac{GM_n}{(R_n+h)^2}$$

We merken op dat

$$R_n = 1{,}1\ R_a = 7008{,}1\ km$$

$$M_n = \rho_a V_n = \rho_a \frac{4}{3}\pi R_n^3 = \rho_a \frac{4}{3}\pi(1{,}1\ R_a)^3 = 1{,}331\ M_a = 7{,}949\ \times 10^{24}\ \mathrm{kg}$$

Uit voorgaande kan de hoogte waarop de valversnelling gelijk is aan g berekend worden via

$$g = \frac{GM_n}{(R_n+h)^2}$$

waaruit volgt dat

$$h = \sqrt{\frac{GM_n}{g}} - R_n = 345{,}7\ \mathrm{km}$$

Vraag 3.
Het International Space Station (ISS) bevindt zich op een hoogte van ongeveer 410 km boven het aardoppervlak.
a) Stel dat het ISS met dezelfde snelheid rondom de Nieuwe Aarde zou bewegen, hoe hoog zou het zich dan boven deze Nieuwe Aarde bevinden?

Als *m* de massa van het ISS voorstelt, dan kan de gravitatiekracht die de Aarde erop uitoefent berekend worden als

$$F_g = \frac{GmM_a}{(R_a+h\,)^2}$$

Anderzijds leert de dynamica van de cirkelvormige beweging dat de middelpuntzoekende kracht $F_m$ die nodig is om het ISS in een baan rondom de Aarde te houden is gegeven door

$$F_m = \frac{m\,v_{ISS}^2}{R_a+h}$$

Als we deze twee zaken combineren, komen we tot

$$\frac{v_{ISS}^2}{R_a+h} = \frac{GM_a}{(R_a+h)^2}$$

waarbij $h = 410\ km$.
Hieruit kan de snelheid van het ISS berekend worden:

$$v_{ISS} = \sqrt{\frac{GM_a}{R_a+h}} = 7{,}672\ \frac{km}{s}$$

Zijn nu $h_n$ de hoogte van het ISS boven de Nieuwe Aarde, dan geldt analoog dat

$$\frac{v_{ISS}^2}{R_n+h_n} = \frac{GM_n}{(R_n+h_n)^2}$$

Op die manier vinden we

$$h_{ISS_n} = \frac{GM_n}{v_{ISS}^2} - R_n = 2017{,}4\ km$$

b) Wat is de gravitatie (valversnelling) in het ISS rondom deze Nieuwe Aarde? Zijn de astronauten die er zich bevinden nog steeds gewichtloos? Verklaar.

Met de hoger vermelde formule kan de valversnelling $g_{ISS}$ van het ISS berekend worden als

$$g_{ISS} = G\ \frac{M_n}{(R_n + h_{ISS_n})^2} = 6{,}51\ \frac{m}{s^2}$$

Deze valversnelling zorgt voor de middelpuntzoekende kracht die nodig is om het ISS in een cirkelbeweging rondom de Nieuwe Aarde te houden. Een satelliet bevindt zich echter continu in vrije val rondom de Aarde. Hierdoor zijn de astronauten gewichtloos. Ook al is de gravitatie er nog steeds significant! Met andere woorden de gewichtloosheid heeft dus niets te maken met de aan- of afwezigheid van gravitatie, maar met het feit dat het ISS dus continu in vrije val is.

Vraag 4.

De verandering in massa en bijgevolg in gravitatie van de Nieuwe Aarde zal nog andere gevolgen met zich meebrengen.

a) Wat is de ontsnappingsnelheid van deze Nieuwe Aarde?

De ontsnappingssnelheid $v_{esc,n}$ van een object met massa $m$ aan een ander object met massa $M_n$ kan berekend worden door de wet van behoud van energie toe te passen (door de energie van het object op Aarde gelijk te stellen aan de energie op een punt oneindig ver van de Aarde):

$$\frac{G\ M_n\ m}{R_n} = \frac{m\ v_{esc}{}^2}{2}.$$

Hieruit volgt dat

$$v_{esc,n} = \sqrt{\frac{2GM_n}{R_n}} = 12{,}3\ \frac{km}{s}$$

b) Hoeveel extra energie zou het procentueel kosten om een raket de ruimte in te sturen vanop de Nieuwe Aarde?

De ontsnappingssnelheid op Aarde bedraagt

$$v_{esc,\mathrm{a}} = \sqrt{\frac{2GM_\mathrm{a}}{\mathrm{R_a}}} = 11{,}2\ \frac{km}{s}$$

De procentuele vermeerdering van de benodigde energie om deze snelheid te bereiken kan dan berekend worden als

$$100\ \frac{\frac{1}{2}\,m\ v_{esc,n}{}^2 - \frac{1}{2}\,m\ v_{esc,\mathrm{a}}{}^2}{\frac{1}{2}\,m\ v_{esc,\mathrm{a}}{}^2} = 100\ \frac{v_{esc,n}{}^2 - v_{esc,\mathrm{a}}{}^2}{v_{esc,\mathrm{a}}{}^2} = 21\ \%$$

Vraag 5.
De grotere straal en dus ook grotere massa van de Nieuwe Aarde zou ook een effect hebben op de bewegingen binnen ons zonnestelsel.
a) Stel dat de Maan zich even ver van de Nieuwe Aarde zou bevinden, hoe lang zou een omloop van de Maan rond de Nieuwe Aarde dan duren?

De snelheid $v_{maan}$ van de Maan rondom de Nieuwe Aarde kan geschreven worden als

$$v_{maan} = \sqrt{\frac{G\,M_n}{d_{aarde-maan}}} = 1{,}17\ \frac{km}{s}$$

Hieruit kan de periode $P$ van de baan van de Maan rondom de Nieuwe Aarde berekend worden:

$$P = \frac{2\pi\, d_{aarde-maan}}{v_{maan}} = 23{,}8\ dagen$$

b) Als deze Nieuwe Aarde zich even ver van de Zon zou bevinden als de huidige Aarde, hoelang zou een jaar dan duren?

De snelheid van de Nieuwe Aarde rond de Zon volgt uit

$$v_{aarde} = \sqrt{\frac{G\,M_{zon}}{d_{zon-aarde}}}$$

Hieraan verandert niets tegenover de huidige situatie.
Aangezien een cirkelvormige baan mag verondersteld worden, blijft ook voor de Nieuwe Aarde een jaar

$$\frac{2\pi\, d_{zon-aarde}}{v_{aarde}} \approx 365{,}22\ dagen$$

duren.

Vraag 6.
Tot nu toe werd verondersteld dat alle banen cirkelvormig zijn. Een diepere kijk op de wetten van Newton en Kepler leert echter dat de Aarde en de Zon een baan beschrijven rondom hun gemeenschappelijk massamiddelpunt.
a) Leg uit waarom deze veronderstelling van cirkelvormige banen een valabele benadering is.

Zodra de massa van een object beduidend groter is dan dat van een ander, dan kan bij benadering gesteld worden dat het zwaarste object zich op steeds dezelfde plaats bevindt en het lichtere object een baan rondom dit object beschrijft.

b) Geef een voorbeeld van een sterrenkundig fenomeen geven waarvoor deze redenering volledig de mist in gaat?

Bijvoorbeeld bij dubbelstersystemen waar de massa's van beide sterren van dezelfde orde van grootte zijn, geldt deze redenering niet meer en kan deze benadering niet gebruikt worden.
Dit is eveneens het geval wanneer men afwijkingen in de banen van planeten wil berekenen waarvoor meer precisie vereist is.

Vraag 7.
Uit de wetten van Newton kan de derde wet van Kepler afgeleid als

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(M_1 + M_2)} a^3.$$

Hierin stellen $M_1$ en $M_2$ de massa's van beide objecten voor, $a$ is de afstand tussen beide objecten en $P$ is de baanperiode.
Hiermee rekening houdend, wat zal er dan effectief gebeuren met de periode van de Nieuwe Aarde rondom de Zon? Bereken hoeveel deze zal veranderen.

Op deze manier zal, rekening houdende met de derde wet van Kepler, de periode van de Aarde rondom de Zon wel degelijk veranderen. De periode $P_a$ van de Aarde rondom de Zon kan geschreven worden als

$$P_a = \sqrt{\frac{4\pi^2}{G(M_{zon} + M_a)} d_{zon-aarde}{}^3} = 31554660 \; seconden$$

en de periode $P_n$ van de Nieuwe Aarde als

$$P_n = \sqrt{\frac{4\pi^2}{G(M_{zon} + M_n)} d_{zon-aarde}{}^3} = 31554645 \; seconden$$

Het verschil tussen deze periodes bedraagt

$$P_a - P_n = 15 \; s$$

De periode (een jaar) van de Aarde zou dus 'slechts' 15 seconden korter worden wanneer de straal van de Aarde met 10% zou toenemen bij gelijkblijvende dichtheid.

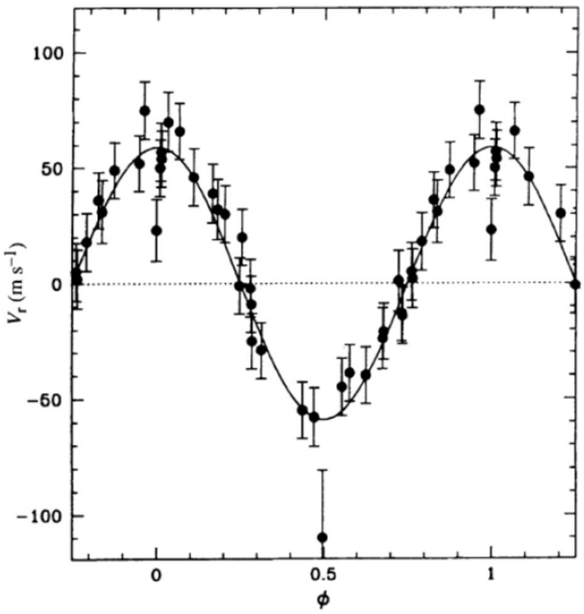
Open vragenreeks II: exoplaneten

De Nobelprijs voor Natuurkunde werd in 2019 uitgereikt aan Didier Queloz en Michel Mayor, voor de ontdekking van de eerste exoplaneet rond een hoofdreeksster. Deze planeet, 51 Pegasi b, werd ontdekt door de waarneming van periodieke variaties in de radiële snelheid van de moederster. Tot op heden werden honderden exoplaneten ontdekt via deze methode.

Vraag 1.
Via de Newtoniaanse mechanica kan de volgende formule worden afgeleid voor de amplitude K van de radiële snelheid:

$$K = \sqrt{\frac{G}{1-e^2}} \cdot \frac{m \cdot \sin i}{\sqrt{a(M+m)}}$$

Hierbij zijn $G$ de gravitatieconstante, $e$ de excentriciteit van de baan van de exoplaneet, $i$ de inclinatie, $a$ de lengte van de halve grote as van de baan van de exoplaneet, $M$ de massa van de ster en $m$ de massa van de planeet. We berekenen de massa van 51 Peg b aan de hand van deze formule en de metingen in de figuur hiernaast, uitgevoerd door Mayor en Queloz. De massa van de moederster bedraagt 1,1 zonsmassa's.




Radiële snelheidscurve als functie van de orbitale fase ϕ van 51 Peg, gemeten door Mayor en Queloz in 1995.

a) Bepaal de lengte van de halve grote as (in AE, astronomische eenheden) van de baan van exoplaneet 51 Peg b, als je weet dat de radiële snelheidscurve een periodiciteit van 4,23 dagen vertoont.

De halve grote as kan gevonden worden met behulp van de derde wet van Kepler:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G(M+m)}{4\pi^2}.$$

waarbij $T$ de periode voorstelt.
De massa $m$ van de planeet is onbekend, maar is verwaarloosbaar vergeleken met de massa $M$ van de ster, dus $M + m \approx M$.
Wanneer we de periode van de planeet $T$ = 4:23 dagen invullen, vinden we de halve grote as:

$$a = \left(\frac{GM}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} T^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \times 1{,}1 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} (4{,}23 \times 86400)^{\frac{2}{3}}\, m = 7{,}9 \cdot 10^9\, m \approx 0{,}05\, AE$$

b) Maak een schatting voor de excentriciteit $e$ van de baan van de planeet. Beargumenteer je keuze.

Het valt te verwachten dat de excentriciteit van 51 Peg b ongeveer 0 zal zijn. Dit komt overeen met een (bijna) cirkelvormige baan. Enkele argumenten hiervoor zijn:

- de radiële snelheidscurve is vrijwel sinusoïdaal. De curve zou asymmetrisch zijn bij een hogere excentriciteit;
- de planeet staat zo dicht bij zijn ster dat getijdenkrachten er snel voor zouden zorgen dat de baan cirkelvormig wordt.

c) Bereken nu met bovenstaande formule en de gegevens, de geprojecteerde massa $m \cdot \sin i$ van de exoplaneet 51 Peg b. Druk je antwoord uit in Jupitermassa's ($M_J$).

Uit de grafiek kunnen we afleiden dat de amplitude van de radiëele snelheidscurve 60 m/s bedraagt. De geprojecteerde massa bedraagt dan

$$m \cdot \sin i = K\sqrt{\frac{1-e^2}{G}(M+m)a}$$

zodat

$$m \cdot \sin i = 60\sqrt{\frac{1}{6{,}67 \cdot 10^{-11}}(1{,}1 \cdot 2 \cdot 10^{30}) \times 7{,}9 \cdot 10^{9}\ kg} = 9{,}7 \cdot 10^{26}\ kg \approx 0{,}5\ M_J$$

Vraag 2.

De massa afgeleid in vraag 1 is slechts de minimale massa van de planeet. Dit komt doordat we enkel de projectie van de snelheidscurve kunnen waarnemen. De inclinatie moet gekend zijn om de reële massa te kunnen vinden.

a) Bij welke inclinatie zou de massa van de planeet 4 $M_J$ bedragen?

Als $m \cdot \sin i \approx 0{,}5\ M_J$, zoals hiervoor bepaald werd, en de massa van de planeet zou $m = 4\ M_J$ bedragen, dan geeft dit een inclinatie van

$$i = \text{Arcsin}\frac{0{,}5}{4} \approx 7°$$

b) Bij welke inclinaties zou 51 Peg b eigenlijk geen exoplaneet, maar een stellaire component blijken te zijn?

De minimale massa die nodig is voor waterstoffusie bedraagt ongeveer 0,08 $M_\odot$ (ongeveer 80 $M_J$). Dit zou de het geval zijn bij inclinaties

$$i < \text{Arcsin}\frac{0{,}5}{80} \approx 0{,}4°$$

c) Als we nu aannemen dat de oriëntatie van het systeem willekeurig is, hoe groot is dan de kans dat de reële massa van de planeet hoger is dan 4 $M_J$?
(Tip: voor willekeurig verdeelde systemen zijn de inclinaties verdeeld volgens sin $i$.)

De kans P dat de reële massa van de planeet hoger is dan 4 $M_J$ komt overeen met de kans dat de inclinatie van het systeem tussen 0° en 7° ligt. Indien de oriëntatie van het systeem willekeurig is, is de kans om een systeem met een inclinatie $i'$ waar te nemen evenredig met sin $i'$. Dit kan in een P(i)-grafiek visueel worden voorgesteld als de oppervlakte onder een sinuscurve tussen $i = 0°$ en $i = 7°$. We berekenen deze kans met een integraal

$$P(i < 7°) = \int_{0°}^{7°} \sin i \, di$$

zodat

$$P(i < 7°) = -\cos 7° + \cos 0° = -0{,}993 + 1 = 0{,}007$$

Deze kans is dus minder dan 1%. Met andere woorden, voor een willekeurige oriëntatie is er een kans van meer dan 99% dat de planeet lichter is dan 4 $M_J$.

Vraag 3.
De spectra van 51 Peg die hebben geleid tot de ontdekking van de exoplaneet werden genomen met de ELODIE spectrograaf. Deze heeft een golflengtebereik van 385 nm tot 680 nm. Bereken de maximale verschuiving van de spectrale lijnen die kan waargenomen worden als gevolg van de aanwezigheid van 51 Peg b.

De verschuiving $\Delta\lambda$ van de spectrale lijnen is maximaal wanneer de radiële snelheid $v_{rad}$ maximaal is en voor spectrale lijnen in het rode uiteinde van het spectrum.
Via de formule voor de dopplerverschuiving berekenen we

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0 \, v_{rad}}{c}$$

zodat

$$\Delta\lambda = \frac{680 \times 60}{3{\cdot}10^8} \, nm = 0{,}0001 \, nm$$

Dit zijn uitermate kleine verschuivingen!

Vraag 4.
Bespreek kort waarom de ontdekking van 51 Peg b zo onverwacht was, en welke impact dit heeft gehad op ons begrip over planetenstelsels.

De verrassing was groot omdat 51 Peg b een grote gasplaneet was die zo dicht bij zijn ster staat. Deze situatie verschilt sterk van ons eigen zonnestelsel, waarbij de gasplaneten zich op grote afstand van de Zon bevinden. Er wordt bovendien aangenomen dat het onmogelijk is om een gasplaneet te vormen zo dicht bij een ster. Men moest dus opnieuw een theorie bedenken voor het ontstaan van planetenstelsels. Dit leidde tot het begrip van ‘migratie’ van planeten.

Open vragenreeks III: lichtkracht en massaverlies

Massaverlies bij sterren is een belangrijke factor die het leven van die sterren en hun omgeving kan beïnvloeden. Dit kan gebeuren in plotse uitbarstingen of via een stabiele gestage stellaire wind. Zo verliest de Zon per jaar $9{,}5 \cdot 10^{-14}$ zonsmassa's ($M_\odot$), maar er zijn sterren die veel meer massa verliezen. Deze sterren schijnen allemaal feller omdat ze ofwel veel heter ofwel veel groter zijn dan de Zon.

Vraag 1.
a) Geef de standaard formule voor de lichtkracht $L_*$ (energie per tijdseenheid) van een ster.

Sterren worden doorgaans als zwarte stralers beschouwd, waarop de wet van Stefan-Boltzmann van toepassing is. Deze geeft het verband tussen de lichtkracht $L$ van een zwarte straler, en de straal $R$ en de temperatuur $T$ ervan, volgens

$$L_* = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

waarbij $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W m$^{-2}$ K$^{-4}$ de constante van Stefan-Boltzmann (of eerste stralingsconstante) is.

b) Pas deze formule toe voor typische waarden voor een ster met spectraaltype O4. Druk deze lichtkracht uit als veelvoud van de lichtkracht van de Zon ($L_\odot$).

Voor een ster van spectraalklasse O4 kan $T_* = 46000$ K en $R_* = 16\ R_\odot$ genomen worden en voor de Zon is $T_\odot = 5780\ K$.
Hieruit kunnen we afleiden dat

$$\frac{L_*}{L_\odot} = \frac{4\pi R_*^2 \sigma T_*^4}{4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4} = \left(\frac{R_*}{R_\odot}\right)^2 \left(\frac{T_*}{T_\odot}\right)^4 = (16)^2 \left(\frac{46000}{5780}\right)^4 \approx 1{,}03 \cdot 10^6.$$

Bijgevolg is voor deze ster $L_* = 1{,}03 \cdot 10^6\ L_\odot$.

Vraag 2.
De straling die gepaard gaat met de hoge lichtkracht werkt tegen de versnelling in die veroorzaakt wordt door de zwaartekracht. Theoretisch gezien zal er dus een limiet (de zogenaamde Eddington-limiet) zijn waarbij de lichtkracht zo hoog is dat ze de zwaartekracht overstijgt.
a) Leid af wat de Eddington-lichtkracht is in functie van de massa van de ster door de zwaartekrachtversnelling

$$a_Z = G\frac{M_*}{R_*^2}$$

gelijk te stellen aan de versnelling door de straling

$$a_S = \kappa \frac{L_*}{4\pi\, R_*^2\, c}$$

Hierbij bepaalt $\kappa$ hoeveel licht er wordt opgenomen. Bij benadering mag

$$\kappa = 0{,}04\; m^2/kg$$

genomen worden. Verder stelt $c$ de lichtsnelheid voor.

Voor de Eddington-lichtkracht $L_{Edd}$ geldt dus:

$$G\frac{M_*}{R_*^2} = \kappa \frac{L_{Edd}}{4\pi\, R_*^2\, c}$$

waaruit gemakkelijk volgt dat

$$L_{Edd} = \frac{4\pi\; G\; M_*\; c}{\kappa}$$

b) Bereken nu de limiet voor de O4 ster uit vraag 1 en vergelijk met de werkelijke lichtkracht. Is er een groot verschil?

Voor de O4 ster mag $M_* = 80\ M_\odot$ genomen worden, waarmee we vinden

$$L_{Edd,O4} = \frac{4\pi \times 6{,}67\cdot 10^{-11} \times 80\cdot 2\cdot 10^{30} \times \cdot 3\cdot 10^{8}}{0{,}04} W = 10^{34}\, W$$

De lichtkracht van de Zon bedraagt $1\ L_\odot = 3{,}828 \cdot 10^{26}\ W$, zodat $L_{Edd,O4} = 2{,}6 \cdot 10^{6}\ L_\odot$.
We kunnen dit ook nog uitdrukken in functie van de eerder bekomen waarde voor $L_*$ en vinden zo

$$L_{Edd,O4} = 2{,}56\ L_*$$

De Eddington-lichtkracht is dus nog enkele keren groter dan de lichtkracht van de ster. Ondanks de grote lichtkracht blijft de ster nog net stabiel.

Vraag 3.
Sterren aan deze limiet kunnen enorm veel massa verliezen. Er is echter een bovenlimiet aan dit stabiele massaverlies, die wordt bereikt als alle beschikbare energie van de ster wordt gebruikt om materie aan de zwaartekracht te doen ontsnappen.
Bepaal de bovenlimiet voor het massaverlies $\dot{M}$ (wat kan geïnterpreteerd worden als $\frac{\Delta M}{\Delta t}$) voor een ster aan de Eddington-limiet met straal $R_* = 20\ R_\odot$. Stel hiervoor de energiebalans op per tijdseenheid waarbij de beschikbare energie van de ster wordt gebruikt om de verloren massa

(wat hier dus massa per tijdseenheid is) aan de ontsnappingssnelheid te krijgen. Vul dan de formule voor de ontsnappingssnelheid in voor je uiteindelijke uitkomst.

Zij $v_{esc}$ de ontsnappingssnelheid, dan kunnen we de energiebalans per tijdseenheid uitdrukken als

$$\frac{1}{2}\ \Delta M\ {v_{esc}}^2 = L_{Edd}\ \Delta t$$

Hieruit leiden we af dat

$$\dot{M} = \frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{2\ L_{Edd}}{{v_{esc}}^2}$$

Maken we nu gebruik van de formule voor de ontsnappingssnelheid

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2\ G\ M_*}{R_*}}$$

dan vinden we

$$\dot{M} = \frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{2\ L_*}{{v_{esc}}^2} = \frac{2\ L_{Edd}\ R_*}{2\ G\ M_*} = \frac{L_{Edd}\ R_*}{G\ M_*}$$

We maken thans gebruik van de hoger gevonden uitdrukking $L_{Edd} = \frac{4\pi\ G\ M_*\ c}{\kappa}$ en bekomen zo

$$\dot{M} = \frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{L_{Edd}\ R_*}{G\ M_*} = \frac{4\pi\ G\ M_*\ c}{\kappa}\frac{R_*}{G\ M_*} = \frac{4\pi\ R_*\ c}{\kappa}$$

Invullen van de getalwaarden levert dan

$$\dot{M} = \frac{4\pi\ R_*\ c}{\kappa} = \frac{4\pi \times 20 \cdot 6{,}96 \cdot 10^8 \times 3 \cdot 10^8}{0{,}04}\ \frac{kg}{s} = 1,3 \cdot 10^{21}\ \frac{kg}{s}$$

Rekenen we dit om naar zonsmassa's per jaar, dan vinden we

$$\dot{M} = 0{,}02\ \frac{M_\odot}{jaar}$$

Vraag 4.

Er bestaan echter sterren die toch meer massa verliezen door kort boven de Eddington-limiet te komen. Dit gebeurt dan niet via een stabiele sterrenwind maar via een uitbarsting. Een bekend voorbeeld is uiteraard een supernova.

a) Geef nog een voorbeeld van een object met intens massaverlies.

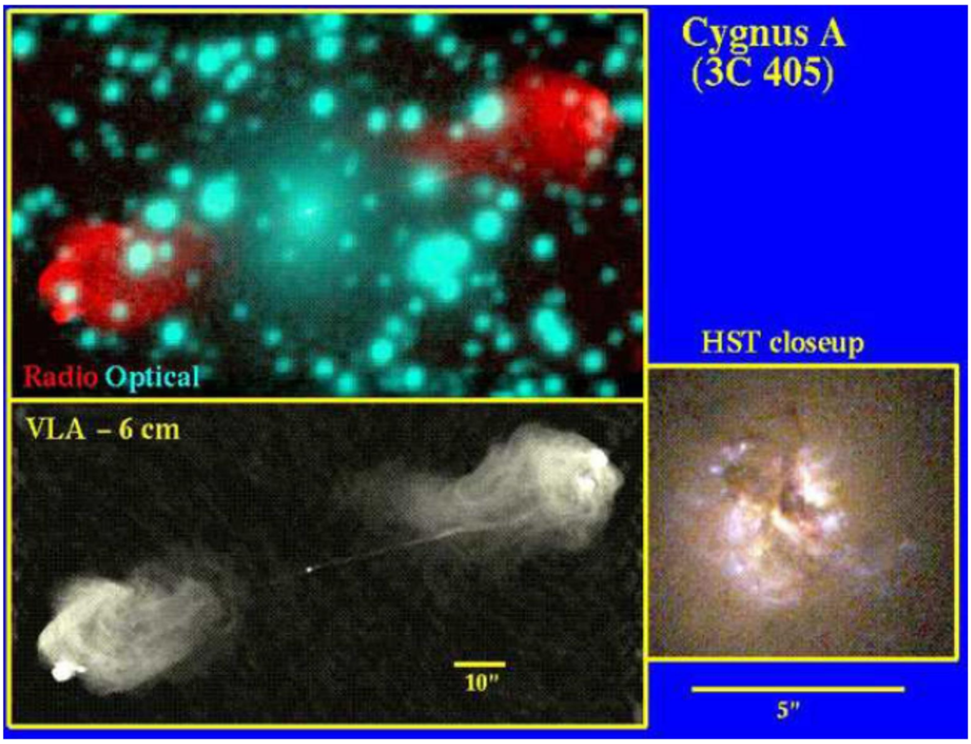
Ander mogelijke voorbeelden zijn: LBV (luminous blue variable), nova, gamma-ray burst, ...

b) De Eddington-limiet is een theoretische bovengrens voor de lichtkracht van een ster, maar is er ook een geobserveerde bovengrens? Leg uit.

De Humphreys-Davidson limiet is een empirische limiet op de lichtkracht. Deze komt deels overeen met de Eddington-limiet. Sterren boven de limiet zullen instabiel zijn en massa verliezen zoals een in een LBV.

Open vragenreeks IV: radiosterrenstelsels

Tussen de vele sterren van de Melkweg in het sterrenbeeld Zwaan, is een ver, zwak sterrenstelsel te zien, dat beroemd is door zijn radio-astronomische naam Cygnus A. Aan weerszijden van, maar ver buiten het sterrenstelsel, bevinden zich twee gigantische radiowolken, die bijvoorbeeld met de Very Large Array radiotelescoop in kaart zijn gebracht. De twee wolken van dit radiosterrenstelsel zijn door dunne straalstromen (jets) met het moederstelsel verbonden.




Vraag 1.
Van radiosterrenstelsel Cygnus A ontvangen we met radiotelescopen zoals die in Westerbork (Nederland) ongeveer $3 \times 10^{-12}$ W/m$^2$ aan radio-energie. Het object bevindt zich op een afstand van 600 miljoen lichtjaar.
a) Hoeveel watt straalt het stelsel aan radiostraling uit?

De totale lichtkracht $L$ (of het vermogen) van de bron wordt uitgespreid over een bol met als straal de afstand $d$ van de bron, resulterend in een waargenomen intensiteit $I$

$$I = \frac{L}{4\,\pi\,d^2}$$

waarmee vinden

$$L = 4\,\pi\,d^2\,I$$

zodat voor Cygnus A geldt

$$L = 4\,\pi \times (600 \cdot 10^6 \cdot 9{,}46 \cdot 10^{15})^2 \times 3 \cdot 10^{-12}\ W = 1{,}21 \cdot 10^{39}\ W$$

b) De symmetrische radiowolken spannen een hoek op van 2 boogminuten. Met welke ruimtelijke afstand (in lichtjaren) komt dat overeen?

Een kenmerk met ruimtelijke afmeting *a* zal op een afstand *d* gezien worden onder een hoek

$$\beta = \frac{a}{d}$$

waarbij $\beta$ uitgedrukt is in radialen.
De ruimtelijke afmeting van de radiowolken bedraagt dus

$$a = \beta\ d$$

Er is gegeven dat

$$\beta = 2' = 120" = \frac{120}{206265} rad = 0{,}00058\, rad$$

waarbij werd gebruikgemaakt van het feit dat 1 radiaal ≈ 57°17'45 = 206265”.
We bekomen aldus voor de ruimtelijke afmeting *a* van de radiowolken

$$a = \beta\ d = \frac{120}{206265} \times 600 \cdot 10^6\ lj \approx 3{,}5 \cdot 10^5\ lj$$

Vraag 2.
a) Als je je bedenkt dat de radiowolken gevoed worden door twee straalstromen (jets) naar de verste uiteinden van die wolken, dat die jets ontstaan in de kern van het moedersterrenstelsel en dat het transport van de energie door de jets plaatsvindt met een snelheid die 5% van de lichtsnelheid bedraagt, bereken dan hoe oud die wolken ongeveer zijn. Dat is dus de ‘leeftijd’ van het radiosterrenstelsel.

De radiowolken worden gevoed door de jets. De wolken kunnen niet lang straling afgeven zonder gevoed te worden. Zonder de jets zouden de wolken snel uitdoven. Om een schatting te maken van de leeftijd van het radiostelsel kan dus worden gekeken naar de tijd die de jet nodig heeft om de wolken te bereiken.
Uit het voorgaande kunnen we afleiden dat een radiowolk zich ongeveer op 175000 lichtjaar van de bron bevindt. Het transport van energie ernaar gebeurt aan 5% van de lichtsnelheid of 0,05 $c$.
Het duurt dus

$$\frac{175000}{0{,}05}\ jaar = 3{,}5\ miljoen\ jaar$$

vooraleer energie van de jets de radiowolken bereikt, en dit kan beschouwd worden als de ‘leeftijd’ van het radiosterrenstelsel.

b) Stel dat gedurende de zojuist bepaalde leeftijd het eerder berekende vermogen (in watt) constant is geweest, hoeveel energie is er dan gedurende die tijd opgewekt? Vergelijk je antwoord met het wereldenergieverbruik. Als je weet dat verbranding van steenkool ongeveer 30 miljoen J/kg oplevert, kan Cygnus A dan in theorie gevoed worden door kolencentrales? Zoniet, wat speelt er dan?

De totale opgewekte energie $E$ tijdens een tijdinterval $\Delta t$ bedraagt dan

$$E = L \cdot \Delta t$$

Invullen van de berekende waarden levert dan

$$E = 1{,}21 \cdot 10^{39} \times 3{,}5 \cdot 10^{6} \cdot 365{,}25 \cdot 86400\ \mathrm{J} = 1{,}3 \cdot 10^{53}\ \mathrm{J}$$

Het wereldenergieverbruik ligt in de orde van $5 \cdot 10^{20}$ J per jaar en kolenverbranding levert $3 \cdot 10^{7}\ \mathrm{J/kg}$ op, dus er zouden vele miljarden zonsmassa's kolen nodig zijn.

Dit is het einde van de eerste ronde van
de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2020.