



# Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2021

## Oplossingen

7 april 2021

In dit document worden oplossingen voorgesteld voor de vragen van de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2021. Het spreekt voor zich dat andere methodes eventueel ook tot correcte oplossingen kunnen leiden.

Vlaamse Sterrenkunde Olympiade  
Vereniging Voor Sterrenkunde  
Oostmeers 122c  
8000 Brugge

Het organiserend comité van de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2021: Robin Baeyens (KULeuven), Robin Björklund (KULeuven), Jelle Dhaene (Cozmix), Frank Tamsin (VVS), Bert Vander Meulen (UGent) en Sébastien Viaene (UGent).

*<http://www.sterrenkundeolympiade.be>  
[info@sterrenkundeolympiade.be](mailto:info@sterrenkundeolympiade.be)*

### Meerkeuze vragenreeks

1. Veelal zeggen we dat de planeten rond de Zon draaien. Correcter is te stellen dat de Zon en bijvoorbeeld de planeet Jupiter beide een baan beschrijven rond een gemeenschappelijke massamiddelpunt. Bereken de snelheid van de Zon rond het massamiddelpunt door de aanwezigheid van Jupiter.

- a) 6 m/s
- b) 12 m/s**
- c) 600 m/s
- d) 1200 m/s
- e) 13 km/s

We gebruiken de massa  $M_{\odot} = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$  van de Zon en de massa  $M_J = 1,898 \cdot 10^{27} \text{ kg}$  van Jupiter om het gemeenschappelijke massamiddelpunt te bepalen. Met de Zon in de oorsprong bekomen we

$$M_{\odot} \cdot 0 + M_J \cdot r_J = (M_{\odot} + M_J) \cdot r_{mm}$$

waarbij  $r_J = 778,5 \cdot 10^9 \text{ m}$  de afstand van Jupiter tot de Zon voorstelt (waarbij we de baan van Jupiter in eerste benadering als cirkelvormig beschouwen), en  $r_{mm}$  de afstand van het centrum van de Zon tot het massamiddelpunt.

De omlooperperiode  $P_J$  van Jupiter rond de Zon bedraagt 4332,71 dagen, waarmee we de hoeksnelheid  $\omega = \frac{2\pi}{P_J}$  van Jupiter rond het gemeenschappelijke massamiddelpunt kunnen vinden.

De hoeksnelheid van de Zon rond het gemeenschappelijke massamiddelpunt is uiteraard dezelfde, zodat de snelheid  $v_{\odot}$  van de Zon rond het gemeenschappelijke massamiddelpunt kan gevonden worden als  $v_{\odot} = \omega \cdot r_{mm}$ . Met aandacht voor het gebruik van de juiste eenheden bekomen we  $v_{\odot} \approx 12,5 \text{ m/s}$ .

2. Men vermoedt dat de huidige atmosfeer van de Aarde

- a) bestaat uit overblijfselen van het oorspronkelijke gas van de nevel waaruit het zonnestelsel is ontstaan, en aangetrokken werd door een protoplaneet die dan de Aarde is geworden;
- b) het resultaat is van het smelten en verdampen van gletsjers uit de laatste ijstijd;
- c) hoofdzakelijk bestaat uit waterstof en helium;
- d) opgebouwd is uit gassen die vrijgekomen zijn door het verhitten van rotsen, enige tijd na het ontstaan van de Aarde;**
- e) het gevolg is van een botsing tussen de Zon en een andere ster.

De huidige atmosfeer (dampkring) is ontstaan door het vrijkomen van gassen tijdens stollingsprocessen, vulkaanuitbarstingen en door het vasthouden van gassen door de zwaartekracht. De atmosfeer bestond aanvankelijk enkel uit koolstofdioxide. Het  $\text{CO}_2$ -gehalte is verminderd door fotosynthese en door vastlegging van koolstof in gesteenten (steenkool, aardolie, etc.).

3. We verwachten dat de kans om leven te vinden op een planeet rond een ster met een grote massa eerder klein is.

a) Dit is omdat sterren met een grote massa veel te lichtkrachtig zijn.

**b) Dit is omdat sterren met een grote massa niet lang genoeg leven.**

c) Dit is omdat sterren met een grote massa te heet zijn opdat leven in hun omgeving mogelijk zou zijn.

d) Dit is omdat planeten geen stabiele banen kunnen beschrijven rond sterren met een hoge massa.

e) Dit klopt niet: de kans om leven te vinden rond een ster met hoge massa is niet kleiner dan voor een andere ster.

Wanneer de ster zelf niet lang genoeg leeft, is er onvoldoende tijd opdat leven zich zou kunnen ontwikkelen.

4. Ster A heeft een massa van  $3,5 M_{\odot}$  en haar radiële snelheid varieert met een amplitude van  $24,2 \text{ m/s}$  en een periode van  $23,22$  jaar. Dit lijkt op de aanwezigheid van een exoplaneet te wijzen. Welk van volgende waarden benadert het best de massa van die exoplaneet, uitgedrukt in Jupiter-massa's ( $M_J$ ). Er mag verondersteld worden dat de baan van de exoplaneet cirkelvormig is en dat de inclinatie ervan  $90^\circ$  bedraagt. De massa van Jupiter bedraagt  $1,898 \cdot 10^{27} \text{ kg}$ . Verder mag ook aangenomen worden dat de massa van de exoplaneet veel kleiner is dan die van ster A.

a)  $0,7 M_J$ .

b)  $2,1 M_J$ .

**c)  $5,6 M_J$ .**

d)  $9,9 M_J$ .

e)  $13,2 M_J$ .

Als  $P$  de periode voorstelt,  $a$  de lengte van de halve lange baanas,  $M$  de massa van de ster en  $m$  de massa van de exoplaneet, dan luidt de derde wet van Kepler

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M+m)}$$

met  $G$  de universele gravitatieconstante of constante van Cavendish. Aangezien gegeven is dat  $m \ll M$  mogen we  $m$  verwaarlozen, vinden we  $a \approx 12,4 \text{ AE}$ .

De baansnelheid  $v_p$  van de exoplaneet kan berekend worden als

$$v_p = \sqrt{\frac{GM}{a}}$$

wat leidt tot  $v \approx 15878 \text{ m/s}$ .

We maken nu verder gebruik van het behoud van hoekmoment

$$M \cdot v_{rad} = m \cdot v_p$$

waarbij  $v_{rad}$  de gegeven radiële snelheid voorstelt.

Aldus vinden we

$$m = \frac{M \cdot v_{rad}}{v_p} = 1,066 \cdot 10^{28} \text{ kg} \approx 5,62 M_J$$

5. Bij de ster Proxima Centauri is met behulp van de radiële snelheidsmethode een exoplaneet gevonden (Proxima Centauri b). De omlooptijd van Proxima Centauri b bedraagt 11,19 dagen. De ster Proxima Centauri heeft een massa van 0,122 zonsmassa's, een straal van 0,154 keer de straal van de Zon en een effectieve temperatuur van 3042 K. Welk van volgende waarden is dan de beste schatting voor de lengte van de halve grote as van de baan van Proxima Centauri b?

- a) 0,01 AE
- b) 0,05 AE**
- c) 0,1 AE
- d) 0,5 AE
- e) 1 AE

Als  $P$  de periode voorstelt,  $a$  de lengte van de halve lange baanas,  $M$  de massa van de ster en  $m$  de massa van de exoplaneet, dan luidt de derde wet van Kepler

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M+m)}$$

met  $G$  de universele gravitatieconstante of constante van Cavendish. Gelet op het feit dat een astronomische eenheid (AE) 149597870700 meter is, volgt hieruit het resultaat.

6. Stel je voor dat onze Zon plotseling zou vervangen worden door een M-dwerg met een massa die half zo groot is als die van de Zon. Als de lengte van de halve grote as van de baan van de Aarde niet zou wijzigen, wat zou dan de nieuwe omlooptijd van de Aarde rond die M-dwerg zijn?

- a) 0,707 jaar
- b) 1 jaar
- c) 1,414 jaar**
- d) 2 jaar
- e) Er is onvoldoende informatie om dit te kunnen bepalen.

Dit is een onmiddellijke toepassing van de derde wet van Kepler. Als  $M$  vervangen wordt door  $\frac{M}{2}$ , dan leidt dit tot een wijziging met een factor  $\sqrt{2}$  voor  $P$ .

7. Onderstaande tabel geeft de relatieve grootte weer van de gravitatiekracht tussen een ster en een planeet, en dit op acht posities op de baan van de planeet rond de ster (aangegeven met letters van A tot en met H). Grotere getallen betekenen dat de gravitatiekracht groter is.

Positie van de planeet op haar baan	A	B	C	D	E	F	G	H
Relatieve sterkte van de gravitatie tussen de ster en de planeet	52	42	25	12	10	12	25	42

Welk van de figuren hieronder komt het best overeen met de relatieve sterkte van de gravitatie tussen de ster en de planeet zoals die in de tabel zijn weergegeven?

a) (1)

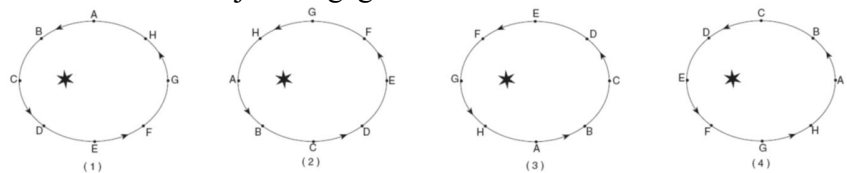
b) (2)

c) (3)

d) (4)

e) Met de gegeven informatie

is het niet mogelijk om hierover een oordeel te vellen.



Aangezien de gravitatie het sterkst is in A en het zwakst in E moeten dit de punten zijn die overeenkomen respectievelijk met het periastron (planeet dichtst bij de ster) en het apoastron (planeet verst van de ster).

8. Planeet Negen is een hypothetische planeet in ons zonnestelsel die een verklaring zou kunnen bieden voor de verdeling van de baanelementen van trans-Neptunische objecten. Veronderstel dat het perihelium van Planeet Negen op 200 AE van de Zon zou gelegen zijn en het aphelium op 1200 AE. Hoe groot zou dan de excentriciteit  $e$  van de baan van Planeet Negen zijn?

a)  $e = 0$

b)  $e \approx 0,286$

c)  $e = 0,5$

d)  $e \approx 0,714$

e)  $e > 1$

Het verband tussen de lengte  $a$  van de halve lange baanas, de periheliumafstand  $q$  en de apheliumafstand  $Q$  is gegeven door:

$$q = a(1 - e)$$

$$Q = a(1 + e)$$

Dit stelsel van twee vergelijkingen in de onbekenden  $a$  en  $e$  laat zich herschrijven als

$$Q - q = 2ae$$

$$Q + q = 2a$$

zodat

$$e = \frac{Q-q}{Q+q} = \frac{1000}{1400} \approx 0,714$$

9. De hoekdiameter van ster A met schijnbare bolometrische magnitude van 2 is 2,5 keer groter dan de hoekdiameter van ster B met schijnbare bolometrische magnitude van 7. Wat is de verhouding van de temperatuur van ster A tot die van ster B?

- a) 2,5
- b) 4
- c) 2**
- d) 5
- e) 3,5

Het verband tussen de schijnbare bolometrische magnitudes  $m_A$  en  $m_B$  van de sterren A en B en hun fluxen  $\ell_A$  en  $\ell_B$  wordt weergegeven door de formule van Pogson:

$$\frac{\ell_A}{\ell_B} = (\sqrt[5]{100})^{m_B - m_A}$$

De flux van de sterren zelf kan berekend worden door gebruik te maken van de wet van Stefan-Boltzmann en van de afstand van de sterren. Zijn  $R_A$  en  $R_B$  de stralen,  $d_A$  en  $d_B$  de afstanden en  $T_A$  en  $T_B$  de effectieve temperaturen, telkens respectievelijk van ster A en ster B, dan vinden we

$$\ell_A = \frac{4\pi R_A^2 \sigma T_A^4}{4\pi d_A^2} \quad \text{en} \quad \ell_B = \frac{4\pi R_B^2 \sigma T_B^4}{4\pi d_B^2}$$

Nu zijn de hoekdiameters  $\alpha_A$  en  $\alpha_B$  van sterren A en B te schrijven als

$$\alpha_A = \frac{2R_A}{d_A} \quad \text{en} \quad \alpha_B = \frac{2R_B}{d_B}$$

zodat we door voorgaande formules te combineren vinden dat

$$(\sqrt[5]{100})^{m_B - m_A} = \frac{\alpha_A^2 T_A^4}{\alpha_B^2 T_B^4}$$

Verder weten we dat  $\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = 2,5$  en vinden zo

$$\frac{T_A}{T_B} = \left( \frac{\alpha_B^2}{\alpha_A^2} (\sqrt[5]{100})^{m_B - m_A} \right)^{\frac{1}{4}} = \left( \frac{10^2}{2,5^2} \right)^{\frac{1}{4}} = 2$$

10. Bij optische golflengten wordt stervorming sterk verduisterd door stof. Studies van protoplanetaire schijven worden daarom meestal uitgevoerd bij infrarood- of submillimetergolflengten. Waarom worden deze waarnemingen minder sterk beïnvloed door interstellair stof?

- a) De hogere hoekresolutie van interferometers middelt stofeffecten uit.
- b) De thermische emissie van interstellair stof is relatief laag bij langere golflengten.
- c) Stofdeeltjes verstrooien kortere golflengten efficiënter dan langere golflengten.**
- d) De optische verduistering is het resultaat van atomaire overgangen die niet aanwezig zijn bij langere golflengten.
- e) Geen van bovenstaande.

De hoeveelheid verstrooiing van licht door deeltjes (Rayleighverstrooiing) is omgekeerd evenredig met de vierde macht van de golflengte.

11. De rotatie-as van de Aarde wijst momenteel ongeveer in de richting van Polaris (in het sterrenbeeld Kleine Beer), maar Polaris zal niet altijd de Poolster zijn. De richting van de rotatie-as van de Aarde wijzigt met een periode van 26000 jaar; men noemt dit de precessie. We beschouwen nu een ster die zich op een hoekafstand van  $26^{\circ}11'$  van Polaris bevindt. Ergens in de toekomst zal deze ster de Nieuwe Poolster worden. Over hoeveel jaar zal dit het geval zijn?

- a) 1500 jaar
- b) 13000 jaar
- c) 2000 jaar
- d) 5000 jaar**
- e) 26000 jaar

Beschouw een boldriehoek met als hoeken de noordelijke pool K van de ecliptica, de Poolster P en de ster A die in de toekomst de Nieuwe Poolster zal worden. Dan is  $KP = KA = 23,5^{\circ}$ , overeenkomend met de hoek tussen de equator en de ecliptica. Verder is gegeven dat  $PA = 26^{\circ}11'$ . De cosinusregel voor boldriehoeken leert ons dat

$$\cos PA = \cos KA \cos KP + \sin KA \sin KP \cos \angle AKP$$

waaruit volgt dat  $\angle AKP = 69^{\circ}13'$ .

De volledige precessieperiode bedraagt 26000 jaar, zodat de ster A de Nieuwe Poolster zal worden na  $\frac{69^{\circ}13'}{360^{\circ}} \times 26000 \text{ jaar} \approx 5000 \text{ jaar}$ .

Een meer intuïtieve redenering kan uiteraard ook tot de juiste keuze leiden.

12. In april 2019 bracht de Event Horizon Telescope de eerste opname uit van het superzware zwarte gat in het centrum van het sterrenstelsel M87. Het zwarte gat heeft een diameter van ongeveer 270 astronomische eenheden en bevindt zich op een afstand van 16,4 Mpc. De waarnemingen werden uitgevoerd bij een golflengte van 1,3 mm. Wat is bij deze golflengte de geschatte minimale basislijn (ook wel effectieve diameter genoemd) die nodig is om het zwarte gat te kunnen afbeelden?

- a)  $2 \cdot 10^3 \text{ km}$
- b)  $2 \cdot 10^4 \text{ km}$**
- c)  $2 \cdot 10^5 \text{ km}$
- d)  $2 \cdot 10^6 \text{ km}$
- e)  $2 \cdot 10^7 \text{ km}$

Als  $\lambda$  de golflengte van het licht voorstelt en  $D$  de opening van de telescoop, dan wordt de hoekresolutie  $\theta$  gegeven door  $\theta^{(rad)} = 1,22 \frac{\lambda}{D}$  of  $\theta^{(")}$  =  $206265 \times 1,22 \frac{\lambda}{D}$ .

Gegeven is dat  $\lambda = 1,3 \text{ mm} = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ .

Gelet op het feit dat 1 parsec = 206265 AE vinden we dat

$$\theta^{(rad)} = \frac{270}{16,4 \times 10^6 \times 206265}$$

De vereiste basislijn is dan

$$D = 1,22 \frac{\lambda}{\theta^{(rad)}} \approx 2 \cdot 10^7 \text{ m} = 2 \cdot 10^4 \text{ km}$$

13. Welk van volgende sterren is vrijwel nergens of nooit zichtbaar op het noordelijk halfrond?

- a)  $\alpha$  Aurigae
- b)  $\gamma$  Cygni
- c)  $\alpha$  Lyrae
- d)  $\sigma$  Octantis**
- e)  $\beta$  Orionis

Een ster die vrijwel nergens of nooit zichtbaar is op het noordelijk halfrond moet nabij de zuidelijke hemelpool gelegen zijn. Sigma Octantis wordt zo'n beetje beschouwd als de zuidelijke tegenhanger van de Poolster.

Overigens is sowieso duidelijk dat de andere opgegeven sterren in de loop van het jaar allemaal vanuit onze streken kunnen waargenomen worden.

14. Op welke geografische breedte komt de ster Antares ( $\alpha$  Sco) nooit op? De declinatie van Antares is  $\delta = -26^{\circ}19'$ .

- a)  $26^{\circ}19'$
- b)  $63^{\circ}41'$**
- c)  $56^{\circ}19'$
- d)  $53^{\circ}41'$
- e) Dit komt nergens voor.

Op een plaats met breedteligging  $\phi$  culmineert een object met declinatie  $\delta$  op een hoogte  $h = 90^{\circ} - \phi + \delta$ . De ster komt nooit op voor  $h \leq 0^{\circ}$  of dus wanneer  $\phi \geq 90^{\circ} + \delta$ .

15. Waarom 'verbrandt' helium veel sneller dan waterstof in een ster?

- a) De ster gaat een andere stellaire evolutiefase binnen voordat het helium helemaal op is.
- b) De temperatuur van de ster is hoger tijdens de fase van heliumverbranding.
- c) Bij het begin van de evolutie van een ster is de fractie helium veel kleiner dan de fractie waterstof.
- d) De energie die vrijkomt bij elke fusiereactie van helium is veel kleiner dan bij een fusiereactie van waterstof het geval is.**
- e) Geen van bovenstaande.

De kernreacties in het binnenste van de ster ondersteunen de ster tegen samentrekking. Aangezien bij heliumverbranding minder energie vrijkomt dan waterstoffusie, wordt helium aan een hoger tempo gefuseerd, opdat de inwendige energie voldoende hoog zou zijn om de samentrekking tegen te gaan.



16. We beschouwen een sterrenhoop waarbij het afbuigpunt in het Hertzsprung-Russell-diagram zich bevindt bij een effectieve temperatuur van ongeveer 6000 K. De leeftijd van die sterrenhoop is dan ongeveer:

- a) 10 miljoen jaar
- b) 100 miljoen jaar
- c) 1 miljard jaar
- d) 10 miljard jaar**
- e) 100 miljard jaar

Een effectieve temperatuur van ongeveer 6000 K komt ongeveer overeen met de situatie van de Zon. De verwachte levensduur van de Zon bedraagt ongeveer 10 miljard jaar. Als het afbuigpunt van de sterrenhoop bij 6000 K gelegen is, dan moet deze sterrenhoop ongeveer zo oud zijn als de verwachte levensduur van de Zon.

17. Na koolstoffusie in een zware ster komt de fusie van neon waarin zuurstof en magnesium geproduceerd wordt, gevolgd door zuurstoffusie tot silicium. Hoewel er wel waterstof, helium, koolstof en zuurstof witte dwergen bestaan, zijn er geen silicium witte dwergen. Hoe komt dit?

- a) De sterren die zwaar genoeg zijn om neon en zuurstoffusie in de kern te hebben, ontwikkelen zich tot andere objecten dan een witte dwerg.**
- b) Silicium is te zwaar om de elektronen in een ontaarde toestand te krijgen en een witte dwerg te vormen.
- c) Bij neon en zuurstoffusie komt geen energie vrij omdat deze processen endotherm zijn, hierdoor is er geen energie beschikbaar om een witte dwerg te vormen.
- d) De neon- en zuurstoffusie duren zo kort dat er niet genoeg tijd is om een witte dwerg te vormen bestaande uit silicium.
- e) Het klopt niet: er bestaan wel degelijk silicium witte dwergen.

Sterren die zwaar genoeg zijn om neon en zuurstof te fuseren in hun kern, hebben een massa die de Chandrasekhar-limiet (van  $1,44 M_{\odot}$ ) overschrijdt. Dergelijke sterren kunnen geen witte dwerg worden. Ze kunnen evolueren tot een neutronenster of een zwart gat.

18. We beschouwen de Schwarzschildstraal van een zwart gat als de straal van dit object. Wat is dan de oppervlakte  $A$  van een zwart gat met massa  $M$ ?

- a)  $A = \frac{16 \pi}{c^4} G^2 M^2$
- b)  $A = \frac{4 \pi}{c^4} G^2 M^2$
- c)  $A = \frac{4 \pi}{3 c^4} G^2 M^2$
- d)  $A = 16 \pi G^2 M^2$
- e)  $A = \frac{16 \pi}{c^2} G^2 M^2$

De Schwarzschildstraal  $R_S$  van een object is bepaald door  $R_S = \frac{2GM}{c^2}$ , waarbij  $M$  de massa van het object is en  $G$  en  $c$  respectievelijke de universele gravitatieconstante en de lichtsnelheid voorstellen. De oppervlakte  $A$  van de overeenkomstige bol met straal  $R_S$  is dan  $A = 4\pi R_S^2$ .

19. Stel: we zien een supernovarestant aan de hemel staan met een totale hoekgrootte van 5 boogminuten. We weten dat het restant zich op een afstand van 250 parsec van ons bevindt. Als we aannemen dat het restant in een bolvorm is geëxpandeerd met een constante expansiesnelheid van 20 km/s, hoe lang geleden heeft deze supernova dan ongeveer plaatsgevonden, zoals gezien vanaf de Aarde?

- a) ongeveer 8900 jaar geleden
- b) ongeveer 5.5 maanden geleden
- c) ongeveer  $4,02 \cdot 10^{20}$  seconden geleden
- d) ongeveer 13,7 miljard jaar geleden
- e) er is niet genoeg informatie voorhanden om deze vraag te kunnen beantwoorden

Voor een object met ruimtelijke diameter  $D$  op afstand  $d$  is de hoekdiameter  $\alpha$  in radialen

$$\alpha = \frac{D}{d}$$

Via omzetting van de hoekdiameter van boogminuten naar radialen, vinden we de diameter  $D$  van het object, en vervolgens ook de straal  $R$  als

$$R = \frac{D}{2} \approx 5,6 \cdot 10^{15} m$$

Rekening houdend met de expansiesnelheid  $v$  werd deze straal bereikt in een tijd

$$t = \frac{R}{v} \approx 2,8 \cdot 10^{11} s \approx 8888 \text{ jaar}$$

20. Bij een bepaald sterrenstelsel wordt de  $H\alpha$ -lijn (die een rustgolflengte  $\lambda_0 = 656,28$  nm heeft) waargenomen bij golflengte  $\lambda = 814,35$  nm. In de veronderstelling dat deze roodverschuiving louter kosmologisch van aard is, hoe groot schatten we dan de afstand tot dit sterrenstelsel?

- a) 124 Mpc
- b) 356 Mpc
- c) 524 Mpc
- d) 910 Mpc
- e) 1030 Mpc

De roodverschuiving  $z$  is gedefinieerd als

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$$

zodat in dit geval  $z \approx 0,24$ .

De verwijderingssnelheid  $v$  kan dan berekend worden met de relativistische formule voor het dopplereffect

$$v = c \cdot \frac{(1+z)^2 - 1}{(1+z)^2 + 1}$$

De afstand  $d$  volgt dan uit de wet van Hubble-Lemaître

$$v = H_0 \cdot d$$

waarbij we hier voor de parameter van Hubble de waarde  $H_0 = 70$  km/s/Mpc aannemen.

Merk op dat de roodverschuiving hier te groot is om de niet-relativistische formule ( $v = z \cdot c$ ) te mogen toepassen.

21. Voor welk soort gas is de absorptielijn van 21 cm een indicator?

- a) **Koude neutrale atomaire waterstof**
- b) Koude moleculaire waterstof
- c) Warme neutrale waterstof
- d) Warme geïoniseerde waterstof
- e) HII-gebieden

De 21 cm is geassocieerd met neutraal waterstof. Warm neutraal gas zal 21 cm straling uitzenden, maar hier wordt gevraagd naar absorptie.

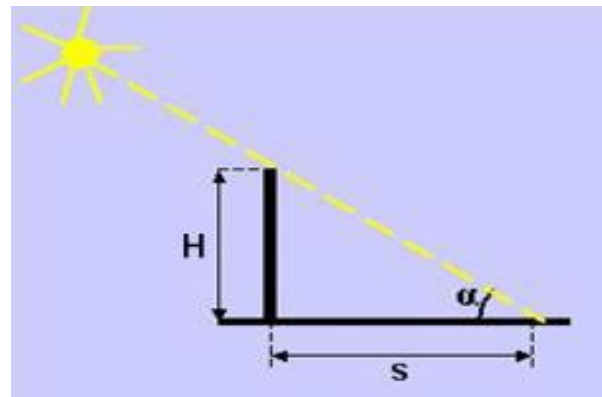
22. Een waarnemer staat op de top van Burj Khalifa, het hoogste gebouw op Aarde (830 meter), gelegen op 25,2° noorderbreedte en 55,3° oosterlengte. We bekijken de schaduw van het gebouw op de grond in de loop van een jaar. Welk van volgende uitspraken geeft de situatie het best weer?

- a) De schaduwlengte op de middag varieert tussen minimum 10 meter en maximum 1050 meter.
- b) **De schaduwlengte op de middag varieert tussen minimum 25 meter en maximum 950 meter.**
- c) De schaduwlengte op de middag varieert tussen minimum 35 meter en maximum 850 meter.
- d) De schaduwlengte op de middag varieert tussen minimum 45 meter en maximum 750 meter.
- e) De lengte van de schaduw op de middag blijft het hele jaar door hetzelfde.

Als de Zon op hoogte  $\alpha$  staat, dan werpt een object met hoogte  $H$  een schaduw af met als lengte  $s$

$$s = H \cdot \cotg \alpha$$

Op een plaats met breedteligging  $\phi$  culmineert een object met declinatie  $\delta$  op een hoogte  $h = 90^\circ - \phi + \delta$ . De declinatie  $\delta$  van de Zon varieert tussen  $-23,5^\circ$  en  $+23,5^\circ$ . Voor de gegeven plaats varieert de culminatiehoogte  $h$  van de Zon dus tussen  $41,3^\circ$  en  $88,3^\circ$ . Daaruit volgen dan verder de schaduwlengtes.



23. De ontsnappingsnelheid van een object is de snelheid die nodig is om te ontsnappen aan de zwaartekracht van dit object. De rand van een zwart gat, van waarbinnen er geen ontsnapping meer mogelijk is, heet de waarnemingshorizon. Wat is de ontsnappingsnelheid van een zwart gat als je op de waarnemingshorizon staat?

- a) de kleinst mogelijke snelheid is voldoende
- b) oneindig groot
- c) de lichtsnelheid**
- d) dat hangt af van de massa van het zwarte gat
- e) dat hangt af van de massa van de ontsnapper

Dit is in wezen een rechtstreeks gevolg van de definitie van de waarnemingshorizon.

24. Wat beschrijft het verband tussen de intrinsieke lichtkracht van een spiraalstelsel met zijn asymptotische rotatiesnelheid?

- a) het fundamenteel vlak
- b) de Tully-Fisher relatie**
- c) het Press-Schechter formalisme
- d) de Faber-Jackson relatie
- e) het Hertzsprung-Russell diagram

Het fundamenteel vlak geeft een verband tussen de straal, de oppervlaktehelderheid en de snelheidsdispersie van een elliptisch stelsel.

De Tully-Fisher relatie beschrijft een verband tussen de intrinsieke lichtkracht (of de massa) en de rotatiesnelheid van een spiraalstelsel.

Het Press-Schechter formalisme voorspelt het aantal objecten met een bepaalde massa binnen een gegeven volume van het heelal.

De Faber-Jackson relatie beschrijft de relatie tussen de massa en de lichtkracht van sterrenstelsels.

Het Hertzsprung-Russell diagram heeft betrekking op het verband tussen de lichtkracht en de effectieve temperatuur van sterren.

25. Het centrum van het Melkwegstelsel is moeilijk te bestuderen in het visueel gebied. Er bevinden zich namelijk dikke stofwolken tussen de aarde en het centrum van het Melkwegstelsel.

Toch kunnen we de massa van het zwarte gat daar bepalen aan de hand van de bewegingen van de sterren. Hoe kunnen astronomen deze sterren waarnemen?

- a) met ruimtetelescopen zoals de Hubble Space Telescope;
- b) met radiotelescopen op aarde;
- c) via telescopen die nabij-infrarood licht meten;**
- d) via telescopen die UV licht meten;
- e) met interferometrie.

Infrarood licht heeft veel minder last van de verduistering door stof. Tegelijk zijn de meeste sterren erg helder in het nabij-infrarood. Met een nabij-infrarood telescoop op Aarde kan men dus door de stofwolken heen kijken en de sterren in het centrum van het Melkwegstelsel in kaart brengen. De massa van het zwarte gat wordt dat berekend aan de hand van hun baan en de wetten van Kepler.

26. Uit de rotatiekrommes van spiraalstelsels kunnen we afleiden dat deze galaxieën heel wat donkere materie bevatten. Valt daaruit ook af te leiden waar in de sterrenstelsels deze donkere materie zich bevindt?

- a) Ja, het blijkt dat de donkere materie uniform verdeeld is over de galactische schijf;
- b) Ja, het blijkt dat de donkere materie geconcentreerd zit rond het centrum van een galaxie;
- c) Ja, het blijkt dat de donkere materie zich vooral bevindt op grotere afstanden van het centrum van een galaxie, dus in de halo die de schijf omgeeft;**
- d) Neen, uit de rotatiekromme valt niets te besluiten omtrent de plaats van de donkere materie.
- e) Donkere materie komt alleen in elliptische stelsels voor en niet in spiraalstelsels.

De afwijking tussen het klassiek verwachte verloop van de rotatiekrommes en het waargenomen verloop is het grootste verder weg van het centrum van de galaxie.

27. In 1929 publiceerde Edwin Hubble een artikel waarin hij een lineaire relatie beschrijft tussen de radiële snelheden en de afstanden van extragalactische objecten. Bijgaande figuur is uit dat artikel overgenomen, waarbij

de snelheden uitgedrukt zijn in km/s (in de oorspronkelijke grafiek ontbreekt dus “/s”). De volle lijn toont een ‘beste benadering’ voor de datapunten. Wat is de waarde van de constante van Hubble die uit deze waarnemingen kan afgeleid worden?

- a) 500 km/s/pc.
- b) 70 km/s/pc.
- c) 500 km/s/Mpc.**
- d) 50 km/s/Mpc.
- e) 70 km/s/Mpc.

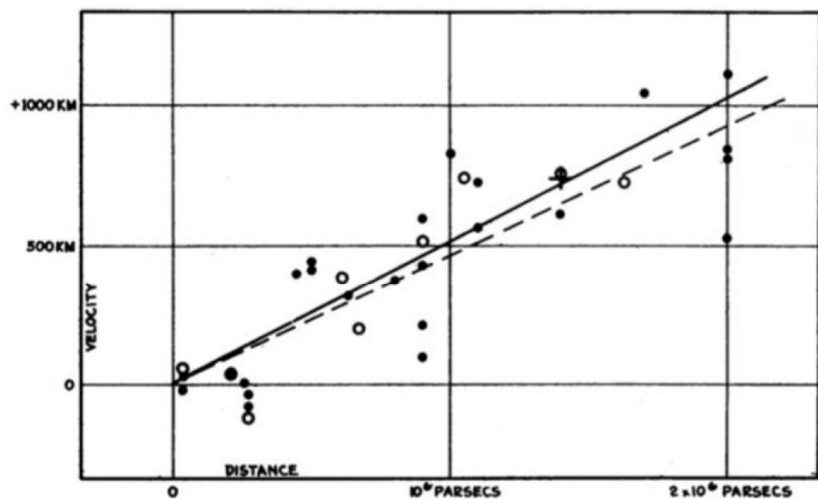


FIGURE 1  
Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae.

De wet van Hubble-Lemaître geeft een lineair verband tussen de afstand  $d$  en de radiële snelheid  $v$  van extragalactische objecten:

$$v = H_0 \cdot d$$

waarbij  $H_0$  de zogenaamde constante van Hubble voorstelt. De waarde valt dus gemakkelijk te schatten op basis van twee datapunten uit de grafiek.

28. Om afstanden te bepalen worden in de sterrenkunde heel wat diverse methoden gebruikt, elk geschikt voor een bepaald interval aan afstanden. Rangschik de volgende methoden volgens toenemend afstandsbereik:

- a) Parallax – type Ia supernovae – Cepheïden
- b) Parallax – Cepheïden – type Ia supernovae**
- c) Type Ia supernovae – Cepheïden – parallax
- d) Cepheïden – parallax – type Ia supernovae
- e) Cepheïden – type Ia supernovae – parallax

Omdat parallax betrekking heeft op het kunnen detecteren van verplaatsingen aan de hemel, wordt deze techniek beperkt door de fysieke resolutie van telescopen, dus het is het meest geschikt voor afstanden die voldoende nabij zijn waar de transversale verplaatsing detecteerbaar is (hoe dichterbij, hoe meer). Het gebruik van Cepheïden houdt in dat de magnitude van de Cepheïden over een bepaalde periode kan worden gemeten alsook de mate van verandering ervan, om de periode te bepalen. Omdat de absolute magnitude van een Cepheïde echter moet worden bepaald door de periode, kan deze niet worden gebruikt zodra de veranderingen in schijnbare magnitude zo klein worden dat de periode niet kan worden bepaald. Op dat punt worden de Type Ia-supernovae bruikbaar omdat hun absolute magnitudes een vaste waarde hebben (aangezien ze voorkomen bij een welbepaalde waarde voor de massa van een witte dwerg), dus zolang men de Type Ia-supernova kan zien en de schijnbare magnitude ervan kan bepalen, heeft men alle informatie die nodig is om afstand te bepalen.

29. Men denkt dat het grootste gedeelte van het helium in het heelal gevormd is:

- a) in rode reuzen.
- b) tijdens de big bang.**
- c) in supernovae.
- d) in hoofdreekssterren.
- e) door het uiteenvallen van zwaardere elementen.

Reeds binnen enkele minuten na de oerknal werden de eerste scheikundige elementen van de tabel van Mendeleev gevormd. De kosmische materie bestond toen voornamelijk uit waterstof (H) en helium (He), respectievelijk 77% en 23% (in massa).

30. Waarom is de kosmische achtergrondstraling zo koud?

- a) Interstellaire stofkorrels absorberen de straling waardoor die afkoelt.
- b) Doordat wij zo snel door het heelal bewegen, lijkt het alsof het om koude straling gaat.
- c) Door de expansie van het heelal is de golflengte van de straling toegenomen.**
- d) De kosmische achtergrondstraling wordt hoofdzakelijk uitgezonden door koele sterren.
- e) Dit klopt niet; integendeel door de kosmische achtergrondstraling baadt het heelal in een warme gloed.

De golflengte  $\lambda$  en de temperatuur  $T$  van de straling staan met elkaar in verband volgens de verschuivingswet van Wien:  $\lambda_{max} \cdot T = b$  waarbij  $b = 2,897756 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}$ .

1.	B
2.	D
3.	B
4.	C
5.	B
6.	C
7.	B
8.	D
9.	C
10.	C

11.	D
12.	B
13.	D
14.	B
15.	D
16.	D
17.	A
18.	A
19.	A
20.	D

21.	A
22.	B
23.	C
24.	B
25.	C
26.	C
27.	C
28.	B
29.	B
30.	C

### Open vragenreeks I: supermassieve zwarte gaten

Bij de vragen hieronder mag gebruikgemaakt worden van volgende gegevens:

$$\text{Massa van de Aarde: } \mathfrak{M}_{\text{aarde}} = 5,972 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{Massa van de Zon: } \mathfrak{M}_{\text{zon}} = \mathfrak{M}_{\odot} = 1,989 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$\text{Lichtkracht van de Zon: } L_{\text{zon}} = L_{\odot} = 3,828 \times 10^{26} \text{ W}$$

$$\text{Absolute magnitude van de Zon: } M_{\odot} = 4,74$$

$$\text{Afstand van de Zon tot het centrum van het Melkwegstelsel: } d_{\text{zon-mw}} = 28000 \text{ lichtjaar}$$

$$\text{Snelheid van de Zon op haar baan rond het Melkwegcentrum: } v_{\text{zon,melkweg}} = 220 \text{ km s}^{-1}$$

$$\text{Hubble parameter: } H_0 = 72 \text{ km Mpc}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{Universele gravitatieconstante: } G = 6,67408 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$$

$$\text{Lichtsnelheid in vacuüm: } c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$$

Alle gegevens die nodig zijn om deze vragenreeks op te lossen zijn hierboven vermeld. Er mogen dus geen andere numerieke data gebruikt worden.

#### Vraag 1.

Een quasar is een extreem lichtkrachtige actieve galactische kern waarin er zich een supermassief zwart gat bevindt dat een massa kan hebben van enkele miljoenen tot miljarden zonsmassa's, omringd door een gasachtige accretieschijf (ook wel groeischijf genoemd). Het gas in deze schijf valt inwaarts naar het zwarte gat toe en de energie die zich in dit gas bevindt, kan terug uitgezonden worden als elektromagnetische straling. In totaal kan ongeveer 10 tot 40% van alle massa die op de accretieschijf valt terug uitgestraald worden.

Veronderstel dat 10% van alle invallende massa terug weggestraald wordt, dan wordt deze uitgestraalde energie gegeven door

$$E = \frac{1}{10} mc^2$$

Deze formule kan gebruikt worden om de massa die invalt op het zwarte gat te bepalen.

We beschouwen een quasar die zich op een afstand 3,26 miljard lichtjaar van ons bevindt, met een schijnbare bolometrische magnitude  $m_{\text{bol},Q} = 11,2$ .

Gevraagd is volgende vragen te beantwoorden.

a) Wat is de absolute bolometrische magnitude van deze quasar?

Merk op dat de afstand  $d = 3,26$  miljard lichtjaar  $= 10^9$  parsec.

De absolute bolometrische magnitude van de quasar kan als volgt berekend worden:

$$\begin{aligned} M_{\text{bol},Q} &= m_{\text{bol},Q} + 5 - 5 \log d^{(\text{pc})} \\ &= 11,2 + 5 - 5 \log d^{(\text{pc})} \\ &= -28,8 \end{aligned}$$



- b) Wat is de lichtkracht (luminositeit) van deze quasar?

Om de lichtkracht  $L_Q$  van de quasar te berekenen maken we gebruik van de formule van Pogson:

$$\frac{L_Q}{L_\odot} = 10^{0,4(M_{bol,\odot} - M_{bol,Q})}$$

zodat

$$\begin{aligned} L_Q &= 10^{0,4(M_{bol,\odot} - M_{bol,Q})} L_\odot \\ &= 10^{0,4(4,74 + 28,8)} \times 3,828 \cdot 10^{26} \text{ W} \\ &\approx 10^{40} \text{ W} \end{aligned}$$

- c) Hoeveel keer meer energie zendt deze quasar uit dan onze Zon?

De verhouding tussen de lichtkracht van de quasar en die van de Zon volgt uiteraard meteen uit voorgaande deelvraag:

$$\frac{L_Q}{L_\odot} = 10^{0,4(M_{bol,\odot} - M_{bol,Q})} = 10^{13,416}$$

- d) Hoeveel massa moet er ieder jaar op deze quasar invallen om de gemeten lichtkracht te kunnen verklaren.

In de veronderstelling dat 10% van alle invallende massa terug weggestraald wordt (zoals in de opgave vermeld), dan kan de massa  $m_s$  die iedere seconde invalt op de quasar berekend worden uit

$$m_s = 10 \times \frac{L_Q}{c^2} = 1,11 \cdot 10^{23} \text{ kg s}^{-1}$$

Op jaarbasis wordt dit

$$m_j = m_s \times 60 \times 60 \times 24 \times 365 = 3,5 \cdot 10^{31} \frac{\text{kg}}{\text{jaar}} \approx 17 \frac{M_{zon}}{\text{jaar}}$$

- e) Als we veronderstellen dat 25% van alle invallende massa als energie uitgezonden wordt, hoeveel massa moet er dan ieder jaar invallen op deze quasar om de metingen te verklaren?

Als 25% van alle invallende massa omgezet wordt in energie, dan zal minder massa nodig zijn om de waargenomen lichtkracht te verklaren:

$$m_{j,25\%} = \frac{10}{25} \times 17 \frac{M_{zon}}{\text{jaar}} \approx 7 \frac{M_{zon}}{\text{jaar}}$$

## Vraag 2.

De massa van supermassieve zwarte gaten kan bepaald worden door de snelheid  $v$  te meten van materie die zich in een baan rondom het zwarte gat bevindt, alsook de afstand van de materie tot het zwarte gat.

- a) Toon aan, door gebruik te maken van Newtons universele gravitatiewet, dat de massa binnen een afstand van het galactisch centrum geschreven kan worden als:

$$\mathfrak{M}_r = \frac{r \times v^2}{G}$$

Hierbij stelt  $\mathfrak{M}_r$  de massa voor die zich bevindt binnen een afstand  $r$  van het galactisch centrum.

De universele gravitatiewet van Newton zal als middelpuntzoekende kracht fungeren op een object met massa  $m$  dat zich in een omloopbaan met straal  $r$  bevindt. Verder is de zwaartekracht die op dit object inwerkt bepaald door alle massa  $\mathfrak{M}_r$  die zich binnen de omloopbaan bevindt. We kunnen schrijven:

$$\frac{G \mathfrak{M}_r \times m}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

Hieruit volgt dat

$$\mathfrak{M}_r = \frac{r \times v^2}{G}$$

- b) Wat is de totale massa van het gedeelte van ons Melkwegstelsel dat zich binnen de omloopbaan van de Zon (rond het centrum van ons Melkwegstelsel) bevindt?

We gebruiken hiervoor de zopas gevonden formule en bekomen

$$\mathfrak{M}_r = \frac{(2,6 \cdot 10^{20}) \times (2,2 \cdot 10^5)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} \text{ kg} = 1,9 \cdot 10^{41} \text{ kg} = 9,95 \cdot 10^{10} M_{\odot}$$

- c) M87 is een sterrenstelsel dat zich op een afstand van 16,4 Mpc van ons bevindt. De maximale roodverschuiving die gemeten wordt voor het geïoniseerde gas dat zich op een afstand van 60 lichtjaar van het centrum van M87 bevindt, bedraagt  $z = 0,0066$ . Hoe groot is de massa van het zwarte gat dat zich in het centrum van M87 bevindt? Hierbij mag verondersteld worden dat alle massa binnen deze straal zich in het centrum van M87 bevindt. Er mag ook van uitgegaan worden dat het galactisch vlak van M87 voor een waarnemer op Aarde in de gezichtslijn gelegen is.

Met behulp van de wet van Hubble-Lemaître kunnen we de snelheid bepalen waarmee het sterrenstelsel zich van ons weg beweegt:

$$v_{M87} = H_0 d_{M87} = 72 \text{ km Mpc}^{-1} \text{ s}^{-1} \times 16,4 \text{ Mpc} = 1180,8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Verder kunnen we voor lage roodverschuivingen schrijven:

$$v_z = zc = 1978,6 \text{ km s}^{-1}$$

Hieruit kan de maximale radiale snelheid van het geïoniseerde gas berekend worden:

$$v_{rad,max} = v_z - v_{M87} = 797,8 \text{ km s}^{-1}$$

Deze snelheid kan gebruikt worden om de massa binnen de baan van het gas te bepalen:

$$\mathfrak{M}_r = \frac{r_{gas} \times v_{rad,max}^2}{G} = 5,42 \cdot 10^{39} \text{ kg} = 2,72 \cdot 10^9 M_{\odot}$$

Deze massa bevindt zich bijna volledig in het zwarte gat in het centrum van het sterrenstelsel. Op deze manier kan de massa van het zwarte gat bepaald worden.

Open vragenreeks II: de ringen van Saturnus

Bij de vragen hieronder mag gebruikgemaakt worden van volgende gegevens:

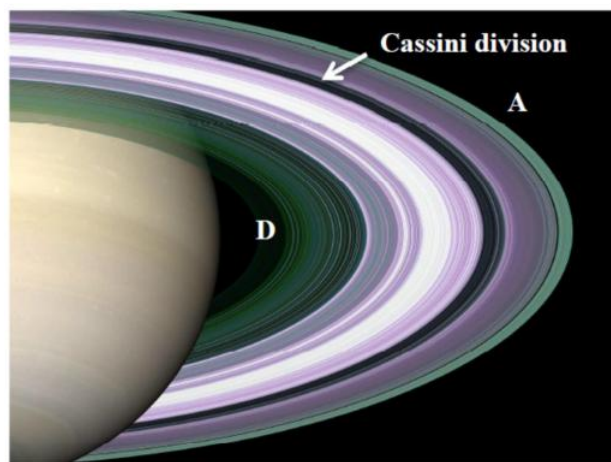
Massa van Saturnus:  $M_{\text{saturnus}} = 5.68 \times 10^{26} \text{ kg}$

Straal van Saturnus:  $R_{\text{saturnus}} = 60270 \text{ km}$

De dichtheid van ijs:  $\rho_{\text{ijs}} = 930 \text{ kg m}^{-3}$

Een mogelijk theorie die kan verklaren waarom de gasreuzen in ons zonnestelsel ringen hebben, is dat deze afkomstig zijn van een kleine maan die de grote planeet te dicht is genaderd. Wanneer getijdenkrachten, die een verschil veroorzaken tussen de inwerkende kracht op de dichte en de verre kant van de maan, groter worden dan de gravitatiekracht die de maan samenhoudt, dan wordt deze uiteen getrokken.

De minimale afstand tot waar de maan de gasreus kan naderen, wordt de 'Roche limiet' genoemd, naar de Franse astronoom Edouard Roche die deze limiet voor de eerste maal berekende. Deze limiet is gedefinieerd als het punt waarop de gravitatiekracht gegenereerd door de maan aan het oppervlak ervan, gelijk is aan de getijdenkracht die aan het oppervlak ervaren wordt op deze afstand.



Vraag 1.

Beschouw een sferische planeet met massa  $M$  en straal  $R$ , en een perfect starre (i.e. onvervormbare) bolvormige maan met massa  $m$  en straal  $r$ , wentelend rond deze planeet in een cirkelvormige baan met straal  $d$ . Voor een klein deeltje met massa  $u$  dat zich op het oppervlak van de maan bevindt, wordt de gravitatiekracht die het ondervindt van de maan zelf gegeven door

$$F_{\text{grav}} = \frac{Gmu}{r^2}$$

en de getijdenkracht die het ondervindt onder invloed van de gasreus door

$$F_{\text{tidal}} = \frac{2GMur}{d^3}$$

- a) Toon aan, door gebruik te maken van bovenstaande formules, dat de Roche limiet  $d_{RL}$  geschreven kan worden als

$$d_{RL} = R \left( 2 \frac{\rho_P}{\rho_m} \right)^{1/3}$$

waarbij  $\rho_P$  en  $\rho_m$  de massadichtheden van respectievelijk de planeet en de maan voorstellen.

Bij de Roche limiet geldt dat

$$F_{grav} = F_{tidal}$$

zodat

$$\frac{Gmu}{r^2} = \frac{2GMur}{d_{RL}^3}$$

Herschikken van deze formule leidt tot

$$d_{RL}^3 = \frac{2M}{m} r^3$$

wat leidt tot

$$d_{RL} = r \left( 2 \frac{M}{m} \right)^{1/3}$$

Drukken we de massa van de planeet en de satelliet uit in functie van de dichtheid

$$M = \frac{4}{3} \pi \rho_P R^3$$

$$m = \frac{4}{3} \pi \rho_m r^3$$

en substitueren we deze uitdrukkingen in de vorige vergelijking, dan bekommen we daaruit

$$d_{RL} = r \left( 2 \frac{\rho_P R^3}{\rho_m r^3} \right)^{1/3}$$

of na vereenvoudiging

$$d_{RL} = R \left( 2 \frac{\rho_P}{\rho_m} \right)^{1/3}$$

- b) Gebruik bovenstaande formule om de Roche limiet voor Saturnus te berekenen, ervan uitgaande dat de maan opgebouwd is uit ijs (water).

De Roche limiet voor Saturnus vinden we dus met de formule

$$d_{RL} = R \left( 2 \frac{\rho_{Saturnus}}{\rho_{ijs}} \right)^{1/3}$$

Zoals bekend is de dichtheid van ijs lager dan die van water. Hoger is vermeld dat we de waarde

$$\rho_{ijs} = 930 \text{ kg m}^{-3}$$

kunnen gebruiken.

Voor de dichtheid van Saturnus zelf vinden we

$$\rho_{Saturnus} = \frac{M_{Saturnus}}{\frac{4}{3} \pi R_{Saturnus}^3} = \frac{5,68 \cdot 10^{26}}{\frac{4}{3} \pi (6,027 \cdot 10^7)^3} \text{ kg m}^{-3} = 619 \text{ kg m}^{-3}$$

Vullen we beide dichtheden in in de formule voor de Roche limiet, dan bekommen we

$$d_{RL} = R \left( 2 \frac{\rho_{Saturnus}}{\rho_{ijs}} \right)^{1/3} = 60270 \times \left( 2 \frac{619}{930} \right)^{1/3} \text{ km} = 66300 \text{ km} (= 1,10 R_{Saturnus})$$

Vraag 2.

- a) In de praktijk zal een maan al beginnen vervormen nog voordat deze de Roche limiet bereikt, en er meer als een ellipsoïde gaan uitzien dan als een sfeer. Hierdoor zullen de getijdenkrachten toenemen, waardoor het voorgaande simplistische model eigenlijk slechts een minimum straal voor de Roche limiet voorspelt.

Als we uitgaan van het andere extreme geval, namelijk dat de maan bestaat uit een vloeistof die kan vervormen zonder weerstand (wat een goede benadering is voor sterren in een dubbelstersysteem), dan kan er aangetoond worden dat de formule voor de Roche limiet als volgt geschreven kan worden:

$$d_{RL} \approx 2,44 R \left( \frac{\rho_P}{\rho_m} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Gebruik deze nieuwe formule om de nieuwe Roche limiet te berekenen voor een ijsmaan rondom Saturnus.

De aangepaste formule voor de Roche limiet leidt tot

$$d_{RL} = 2,44 R \left( \frac{\rho_P}{\rho_m} \right)^{\frac{1}{3}} = 2,44 \times 60270 \times \left( \frac{619}{930} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ km} \approx 128400 \text{ km} (= 2,13 R_{\text{Saturnus}})$$

- b) De binnenste rand van de ringen van Saturnus (D-ring) bevindt zich op een afstand van  $1,11 R_{\text{Saturnus}}$  en de buitenste ringen (A-ring) op een afstand van ongeveer  $2,27 R_{\text{Saturnus}}$ . Vallen de ringen van Saturnus tussen de Roche limieten berekend voor de twee extreme gevallen van een perfect starre en vloeibare maan?

De limieten komen ruwweg overeen met de waargenomen omvang van het ringensysteem. De overeenkomst met de binnenste ring is beter dan deze met de buitenste ring.

Vraag 3.

Edouard Roche was een van de eerste wetenschappers die opperde dat de vernietiging van een maan, die hij Veritas noemde, aan de basis lag van de vorming van de ringen rond Saturnus. Neem aan dat deze maan rond Saturnus draaide in wat nu de 'Scheiding van Cassini' genoemd wordt, een schijnbare opening tussen de ringen op een afstand van ongeveer  $2 R_{\text{Saturnus}}$ . Ga er ook van uit dat de vloeibare Roche limiet de meest relevante van beide limieten is in deze context. Gegeven dat de massa van de ringen ongeveer  $3,0 \times 10^{19} \text{ kg}$  bedraagt, schat dan de straal van Veritas.

Zij  $\rho_{\text{Veritas}}$  de dichtheid van het hypothetische maantje Veritas, dan kunnen we de formule

$$d_{RL} = 2,44 R \left( \frac{\rho_P}{\rho_{\text{Veritas}}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

omvormen tot

$$\rho_{\text{Veritas}} = \rho_P \left( \frac{2,44 R_{\text{Saturnus}}}{d_{RL}} \right)^3$$

zodat

$$\rho_{Veritas} = 619 \left( \frac{2,44 R_{Saturnus}}{2 R_{Saturnus}} \right)^3 \text{ kg m}^{-3} = 1124 \text{ kg m}^{-3}$$

Uitgaande van een bolvorm voor Veritas vinden we dat

$$\rho_{Veritas} = \frac{M_{Veritas}}{V_{Veritas}} = \frac{M_{Veritas}}{\frac{4}{3}\pi r_{Veritas}^3}$$

waaruit volgt

$$r_{Veritas} = \left( \frac{M_{Veritas}}{\frac{4}{3}\pi \rho_{Veritas}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( \frac{3,0 \cdot 10^{19}}{\frac{4}{3}\pi \times 1124} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ m} = 1,85 \cdot 10^5 \text{ m} (= 185 \text{ km})$$

Gelet op het feit dat deze waarde vergelijkbaar is met de straal van diverse andere maantjes van Saturnus, is het dus zeker geen bizar idee dat de ringen zouden zijn ontstaan door vernietiging van maantjes ten gevolge van getijdenkrachten.

### Open vragenreeks III: astrochemie

Chemie lijkt universeel te zijn. Dit houdt in dat de chemische wetmatigheden overal dezelfde werken: in onze laboratoria, en in verafgelegen moleculaire wolken. De omstandigheden kunnen weliswaar sterk verschillen. Denk maar aan extreem hoge of lage temperaturen. Toch kunnen lab-metingen en zelfs industriële toepassingen bijdragen aan een beter beeld van chemie in het heelal.

#### Vraag 1.

De bouwstenen van alle objecten in het universum zijn atomen. Ze vormen moleculaire wolken, waaruit sterren en planeten ontstaan, die op hun beurt weer groeperen in grotere structuren. Het is dus zeer belangrijk te weten in welke verhoudingen de chemische elementen voorkomen. De Zon is hierbij een referentie. De abundanties van enkele elementen, voor de Zon, staan gegeven in de tabel hieronder.

Atoomnummer	Element	Abundantie
1	H	12,00
2	He	10,93
3	Li	1,05
6	C	8,43
7	N	7,83
8	O	8,69
12	Mg	7,60
13	Al	6,45
14	Si	7,51
20	Ca	6,34
26	Fe	7,50
28	Ni	6,22

De abundantie van elk element,  $X$ , is uitgedrukt op een logaritmische schaal, en gegeven door volgende formule:

$$X = \log \frac{n_X}{n_H} + 12,00$$

Hierbij is  $n_X$  de molaire fractie van het element  $X$ , i.e. de hoeveelheid  $X$ -atomen gedeeld door het totaal aantal atomen.

- a) Bespreek bondig waar de atomen in het universum vandaan komen. Is er een verschil tussen lichte en zware atomen? Waarom is het aantal ijzeratomen relatief hoog voor zulk zwaar element?

Bij de Big Bang werd het merendeel van de lichte elementen gevormd. Hieronder verstaan we waterstof, helium en een klein beetje lithium. Alle elementen zwaarder dan lithium zijn gevormd in sterren. Hierbij kunnen we nog een onderscheid maken tussen elementen lichter dan ijzer of zwaarder dan ijzer. De eerste categorie wordt gevormd tijdens de hoofdreeksfase van sterren door nucleosynthese in de kern. De tweede categorie wordt voornamelijk gevormd tijdens supernovae.

- b) Gebruik de gegeven tabel om te berekenen wat de hoeveelheid helium in het universum is, als je weet dat 92,1% van alle atomen waterstof zijn. Druk je antwoord uit in percent.

Door de formule voor abundanties om te vormen en de waarden voor helium en waterstof in te vullen, vinden we:

$$\begin{aligned} n_X &= 10^{X-12} \cdot n_H \\ &= 10^{10,93-12,00} \cdot 0,921 \\ &= 0,078 \end{aligned}$$

De hoeveelheid helium in het universum bedraagt dus 7,8%.

- c) Bereken de hoeveelheid ‘andere’ elementen, dus zonder waterstof of helium. Druk je antwoord uit in percent.

Aangezien de totale hoeveelheid moet sommeren tot 1, vinden we dat de molaire fractie zwaardere elementen ( $1,000 - 0,921 - 0,078 =$ ) 0,001 bedraagt, ofwel 0,1%.

Vraag 2.

Moleculaire wolken zijn grote nevels waar de dichtheden voldoende hoog zijn voor de vorming van moleculair waterstofgas ( $H_2$ ). Ze zijn erg belangrijk omdat ze tevens de locaties zijn waar stervorming kan plaatsvinden.

- a) Een moleculaire wolk heeft een typische massa van 5000 zonsmassa’s en een doorsnede van ongeveer 5 parsec. Schat met deze gegevens de gemiddelde dichtheid van een moleculaire wolk. Druk je antwoord uit in aantal deeltjes per  $cm^3$ .

We nemen aan dat de wolk ongeveer de vorm van een bol met straal  $R$  (zijnde de helft van de doorsnede) heeft en dat de massa volledig uit waterstofgas bestaat. Dan is het totaal volume  $V$  van de moleculaire wolk

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3} \pi R^3 \\ &= \frac{4}{3} \pi (2,5 \times 3,09 \cdot 10^{18})^3 \text{ cm}^3 \\ &= 1,9 \cdot 10^{57} \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

De massa van  $H_2$  bedraagt 2,02 g/mol, ofwel  $3,35 \cdot 10^{-24}$  g per deeltje (1 mol komt overeen met  $6,022 \cdot 10^{23}$  deeltjes, het getal van Avogadro). Hiermee schatten we het totaal aantal waterstofgasdeeltjes in een moleculaire wolk:

$$\begin{aligned} \text{deeltjes}_{H_2} &= \frac{5000 M_\odot}{3,35 \cdot 10^{-24} \text{ g}} \\ &= \frac{5000 \times 1,989 \cdot 10^{33} \text{ g}}{3,35 \cdot 10^{-24} \text{ g}} \\ &= 3,0 \cdot 10^{60} \end{aligned}$$

Gedeeld door het volume is dit dus ongeveer 1600 deeltjes per  $cm^3$ . Dit is nog minder dan de sterkste vacuüms op Aarde!

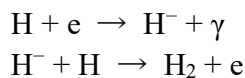


- b) De temperatuur binnenin een moleculaire wolk bedraagt ongeveer 10 K. Bepaal de druk binnen de wolk, in pascal.

We gebruiken de ideale gaswet  $PV = nRT$  om het volume  $V$ , de hoeveelheid deeltjes in mol  $n$  en de temperatuur  $T$ , te relateren aan de druk  $P$ :

$$\begin{aligned} P &= \frac{n}{V} RT \\ &= \frac{1600}{6,022 \cdot 10^{23}} \cdot 10^6 \times 8,3145 \times 10 \text{ Pa} \\ &= 2,2 \cdot 10^{-13} \text{ Pa} \end{aligned}$$

- c) We bekijken de associatie-reactie van moleculair waterstof ( $H_2$ ) bij deze condities. Moleculair waterstofgas kan (onder andere) gevormd worden via het volgende reactiemechanisme.
- Stap 1: de absorptie van een elektron door atomair waterstof, met emissie van een foton  $\gamma$ .
  - Stap 2: de combinatie van dit negatief geladen waterstofion met een ander H-deeltje, met emissie van een elektron.



Wanneer het effect van straling klein is, is de eerste stap veel trager dan de tweede, en wordt de reactiesnelheid  $R$  (uitgedrukt in deeltjes per  $cm^3$  per seconde) voor dit mechanisme bepaald met de formule

$$R = k n_e n_H$$

Hierbij zijn  $n_e$  en  $n_H$  de concentraties van elektronen en atomair waterstof. De reactiesnelheidsconstante  $k$  (met eenheid  $cm^3 s^{-1}$ ) hangt af van de temperatuur via

$$k = 1,4 \cdot 10^{-18} T^{0,928} e^{\frac{T}{16200}}$$

Bereken de reactiesnelheid voor de vorming van  $H_2$ , voor de condities die je in vraag a en b bepaald hebt. Aangezien de ionisatiegraad laag is, mag je aannemen dat er slechts 1 elektron aanwezig is per miljoen H-atomen.

We berekenen de reactiesnelheidsconstante  $k(T)$  bij een temperatuur van 10 kelvin:

$$\begin{aligned} k(10) &= 1,4 \cdot 10^{-18} T^{0,928} e^{\frac{T}{16200}} \\ &= 1,4 \cdot 10^{-18} 10^{0,928} e^{\frac{10}{16200}} cm^3 s^{-1} \\ &= 1,27 \cdot 10^{-17} cm^3 s^{-1} \end{aligned}$$

Vervolgens berekenen we de reactiesnelheid  $R$ . De concentratie gevonden in vraag a, namelijk  $n_{H_2} = 1600 cm^{-3}$ , levert een bovengrens voor  $n_H$ . Als alle waterstof in atomaire vorm is, geeft dit een concentratie van  $n_H = 3200 cm^{-3}$  en  $n_e = 3,2 \cdot 10^{-3} cm^{-3}$ . Dit levert voor de reactiesnelheid

$$\begin{aligned} R &= k n_e n_H \\ &= 1,27 \cdot 10^{-17} \times 3,2 \cdot 10^{-3} \times 3200 cm^{-3} s^{-1} \\ &= 1,2 \cdot 10^{-16} \text{ deeltjes } cm^{-3} s^{-1} \end{aligned}$$

Dit komt overeen met minder dan één reactie elke tienduizend jaar.

- d) Zoals je wellicht kan opmaken uit het antwoord op vraag c, zijn de reactiesnelheden tussen gasdeeltjes in moleculaire wolken enorm traag. Toch kunnen complexe organische moleculen, zoals methanol en mierenzuur, gevormd worden onder deze lage dichtheden en temperaturen. Hoe is dit te verklaren?

De meeste reacties moeten in meerdere stappen gebeuren, omdat de bindingsenergie van de grotere molecule moet worden afgegeven aan de omgeving, door middel van een foton, elektron, of andere botsing. Indien dit niet voldoende efficiënt gebeurt, kan de reactie niet plaatsvinden.

Door de lage dichtheid zijn zulke meerstapsprocessen zeer onwaarschijnlijk.

Een mogelijke oplossing bestaat erin dat de chemische reacties niet plaatsvinden in de gastoestand, maar op het oppervlak van stofdeeltjes. De condities binnen moleculaire wolken zijn erg gunstig voor de vorming van stof- en ijsdeeltjes. Op het oppervlak van deze deeltjes kunnen atomen en moleculen reageren en kan de overtollige energie vrijgegeven worden als warmte aan het stofdeeltje.

### Vraag 3.

De C/O (koolstof-tot-zuurstof) verhouding, is een belangrijke parameter voor astrochemie, die zeer bepalend is voor de chemische stoffen die zich kunnen vormen.

- a) Leg kort uit welke rol de C/O verhouding heeft in astrochemie, en waarom.

De C/O verhouding bepaalt of er veel zuurstofrijke moleculen – zoals  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{O}_2$  – dan wel zuurstofarme moleculen – zoals  $\text{CH}_4$ ,  $\text{HCN}$ ,  $\text{C}_2\text{H}_2$  – kunnen voorkomen. Wanneer de C/O verhouding groter is dan 1, is er meer koolstof, en vindt men zuurstofarme stoffen. Wanneer de C/O verhouding kleiner is dan 1, is er meer zuurstof, en dus meer zuurstofrijke stoffen. Dit heeft alles te maken met CO, het sterkste molecule (dankzij zijn drievoudige binding).

Koolstofmonoxide bevat steeds het volledige reservoir aan ofwel C, ofwel O, waardoor het andere van beide elementen vrij is om te reageren en andere moleculen te vormen.

- b) Bereken de C/O verhouding voor de Zon.

De C/O verhouding voor een ster met een samenstelling zoals de Zon bedraagt:

$$\begin{aligned} \frac{n_C}{n_O} &= \frac{10^{8,43-12,00} \cdot n_H}{10^{8,69-12,00} \cdot n_H} \\ &= 10^{8,43-8,69} \\ &= 10^{-0,26} \\ &= 0,55 \end{aligned}$$

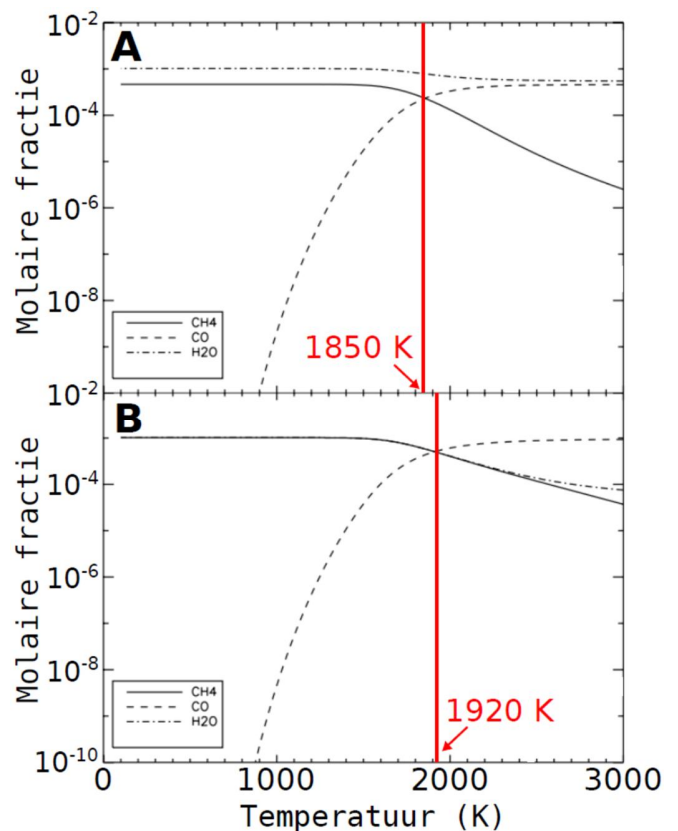
- c) De figuren rechts tonen de hoeveelheden methaan ( $\text{CH}_4$ ), koolstofmonoxide ( $\text{CO}$ ) en water ( $\text{H}_2\text{O}$ ) in de atmosfeer van een exoplaneet, als functie van de temperatuur. De samenstelling van de elementen is zoals in de Zon, maar de C/O verhouding tussen beide figuren is verschillend. De temperatuur waarop methaan en koolstofmonoxide in gelijke concentraties voorkomen, is aangeduid met een rode lijn. Welke figuur heeft de hoogste C/O verhouding en waarom?

Figuur B heeft de hoogste C/O verhouding. Wanneer de C/O verhouding hoog is ( $\text{C/O} > 1$ ), is er een hoger aandeel koolstof- dan zuurstofatomen aanwezig. Bij de vorming van  $\text{CO}$  zal er een gelijke hoeveelheid van beide elementen 'opgebruikt' zijn, dus blijft er nog een beetje koolstof over om andere moleculen mee te vormen. Dit uit zich in een grotere concentratie aan methaan, die reeds op hogere temperaturen kan voorkomen. De figuur met de hoogste transitietemperatuur tussen de beide moleculen, is dus de figuur met de hoogste C/O verhouding.

Een andere manier om dit in te zien, is door te kijken naar de zuurstofatomen. Bij een hoge C/O verhouding is er minder zuurstof aanwezig dan bij een lage C/O verhouding, dus zal eveneens de concentratie van  $\text{H}_2\text{O}$  lager liggen ten opzichte van  $\text{CO}$ . Het verschil tussen de  $\text{H}_2\text{O}$  en  $\text{CO}$  fracties is ook duidelijk te zien tussen beide figuren.

- d) Een exoplaneet heeft een temperatuur van 800 K. Bij observaties van de atmosfeer wordt vastgesteld dat deze geen methaan bevat (of te weinig om te detecteren). Wat leert ons dit uit de samenstelling van deze planeetatmosfeer?

De geschetste situatie is een reëel probleem waarvoor tot nu toe nog geen eenduidige verklaring gevonden is. Een lage C/O verhouding zou kunnen bijdragen tot een vermindering in methaan. Maar ook een hoge metalliciteit, waardoor de transitietemperatuur tussen  $\text{CH}_4$  en  $\text{CO}$  eveneens daalt. Nog andere mogelijkheden zijn een foute temperatuursbepaling, dynamische processen in de atmosfeer, of een dik wolkendek waardoor de moleculaire signalen gedempt worden.



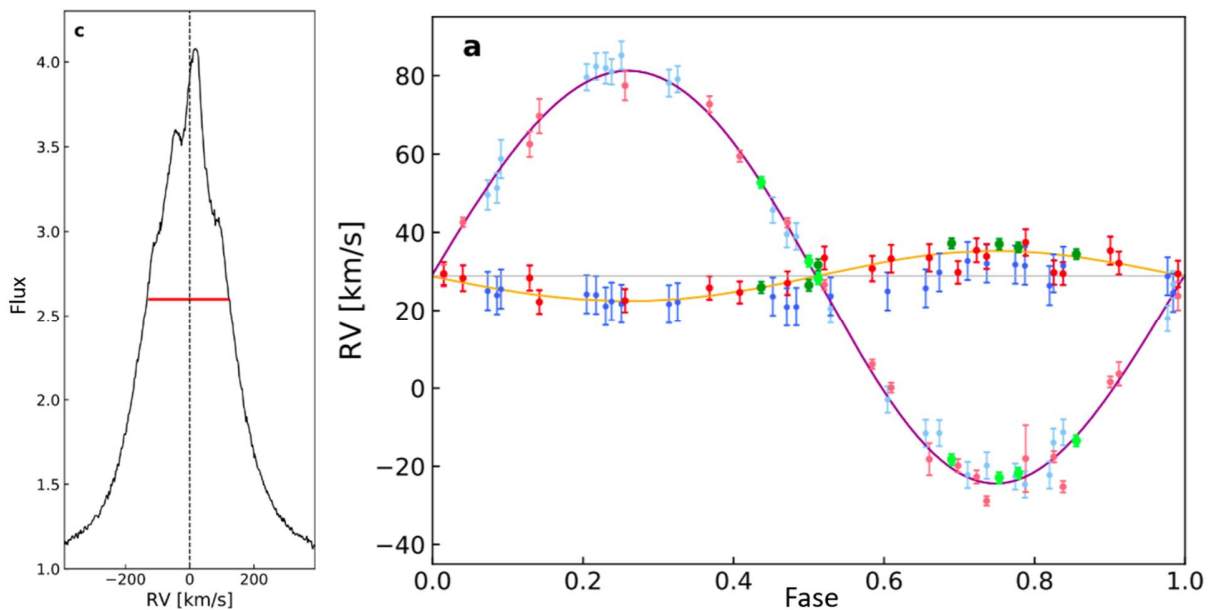
Figuur aangepast van Venot, O. (2012), doctoraatsthesis.

Open vragenreeks IV: LB-1, een dubbelstersysteem dat voor oproer zorgt

In 2019 publiceerden Liu et al. een artikel in *Nature* waarin ze een dubbelster bestuderen, genaamd LB-1, met een van de componenten een zwart gat van 70 zonsmassa's ( $M_{\odot}$ ). Dit was groot nieuws, want in zulke systemen waren voordien enkel zwarte gaten gevonden met een massa kleiner dan  $30 M_{\odot}$  en het roept tevens de vraag op hoe zulk massief zwart gat gevormd kan worden. Uiteraard bestaan er zwarte gaten die massiever zijn en miljoenen keren zwaarder zijn dan de Zon. Het belangrijke onderscheid dat hier echter gemaakt moet worden, is dat het niet gaat om een zwart gat in het centrum van een sterrenstelsel, maar om een exemplaar dat rechtstreeks gevormd wordt na het instorten van een ster.

Vraag 1.

De metingen die Liu et al. gebruikten, waren radiële snelheden (RV) uit het spectrum van het stersysteem. Langs de ene kant werd er variatie gemeten in de absorptielijnen die de primaire ster traceert. Een andere belangrijke spectraallijn in de metingen was een emissielijn van waterstof (links in onderstaande figuur) die volgens de auteurs afkomstig is van de secundaire component. De variatie in RV voor beide componenten wordt getoond in onderstaande figuur (rechts).



Links: Flux van LB-1 in de emissielijn van waterstof ( $H\alpha$ ).  
Rechts: RV-curve voor beide componenten in het LB-1 systeem.

De RV-amplitude voor de eerste component haalt men uit het maximum uit de curve en heeft de vorm

$$K_1 = \frac{2 \pi a_1 \sin i}{P \sqrt{1 - e^2}}$$

en analoog voor de tweede component. Hierbij is  $a_1$  de lengte van de halve grote as,  $i$  de inclinatie,  $P$  de omlooptijd en  $e$  de excentriciteit.

De metingen geven  $K_1 = 52,8$  km/s voor de primaire ster en  $K_2 = 6,4$  km/s voor de secundaire component.

- a) Gebruik de massa-lichtkracht-relatie voor een B-type ster op de hoofdreeks om een schatting te maken van de massa  $M_1$  van de primaire ster als we een lichtkracht van  $L = 3668 L_{\odot}$  aannemen.

Een B-ster heeft een massa van 2 tot 16  $M_{\odot}$ . In dit massaregime ziet de massa-lichtkracht relatie er als volgt uit:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 1,5 \cdot \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{3,5}$$

Met een lichtkracht van  $\frac{L}{L_{\odot}} = 3668$  geeft dit een massa  $M_1 \approx 9,3 M_{\odot}$ .

- b) Vind nu een formule die de amplitude  $K_1$  verbindt met de massa's  $M_1$  en  $M_2$ . Hiervoor gebruik je de derde wet van Kepler en de relaties voor  $a = a_1 + a_2$  en  $a_1 M_1 = a_2 M_2$ . (De formule voor  $K_2$  vind je dan ook als je de indexen 1 en 2 omwisselt.)

We vinden een relatie tussen  $K$  en  $M$  via de derde wet van Kepler:

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(M_1 + M_2)}{4\pi^2}$$

waarbij

$$a = a_1 + a_2 = a_1 + a_1 \frac{M_1}{M_2} = a_1 \left(1 + \frac{M_1}{M_2}\right) = a_1 \frac{M_1 + M_2}{M_2}$$

Substitutie hiervan in de uitdrukking voor de derde wet van Kepler levert vervolgens:

$$\frac{a_1^3 (M_1 + M_2)^3}{P^2 M_2^3} = \frac{G(M_1 + M_2)}{4\pi^2}$$

of na vereenvoudiging

$$\frac{a_1^3 (M_1 + M_2)^2}{P^2 M_2^3} = \frac{G}{4\pi^2}$$

Nu gebruiken we deze formule en de hierboven gegeven formule voor  $K_1$  om  $a_1$  te elimineren en zo krijgen we een formule die  $K_1$  met  $M_1$  en  $M_2$  verbindt:

$$\frac{K_1^3 P^3 (\sqrt{1 - e^2})^3 (M_1 + M_2)^2}{(2\pi)^3 P^2 M_2^3 \sin^3 i} = \frac{G}{4\pi^2}$$

waaruit dan volgt:

$$\frac{PK_1^3}{2\pi G} = \frac{M_2^3 \sin^3 i}{(M_1 + M_2)^2 (1 - e^2)^{3/2}}$$

Voor  $K_2$  kunnen we volkomen analoog vinden dat

$$\frac{PK_2^3}{2\pi G} = \frac{M_1^3 \sin^3 i}{(M_1 + M_2)^2 (1 - e^2)^{3/2}}$$

- c) Bereken de massa van het zwarte gat via de bekomen formules met de gegeven RV-amplitudes voor beide componenten en je berekende massa van de primaire ster.

Als we voorgaande formules voor  $K_1$  en  $K_2$  lid aan lid door elkaar delen, dan vinden we de relatie

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{M_2}{M_1}$$

Daarmee vinden we

$$M_2 = \frac{K_1}{K_2} M_1 = \frac{52,8}{6,4} \times 9,3 M_\odot \approx 77 M_\odot$$

- d) Wat is de inclinatie van het systeem indien de gemeten waarden van Liu et al. correct zijn en als je weet dat het systeem een circulaire baan met periode  $P = 78,9$  dagen heeft?

Bij een circulaire baan geldt dat  $e = 0$ . Als nu alle gegevens ingevuld worden in de eerder bekomen formule voor  $K_1$  (of  $K_2$ )

$$\frac{PK_1^3}{2\pi G} = \frac{M_2^3 \sin^3 i}{(M_1 + M_2)^2 (1 - e^2)^{3/2}}$$

is enkel de inclinatie onbekend en kan die afgezonderd worden:

$$\begin{aligned} \sin^3 i &= \frac{PK_1^3 (M_1 + M_2)^2 (1 - e^2)^{3/2}}{2\pi G M_2^3} \\ &= \frac{PK_1^3 (M_1 + M_2)^2}{2\pi G M_2^3} \end{aligned}$$

waarbij ook ineens de term met de excentriciteit wegvalt aangezien  $e = 0$  voor een circulaire baan. Nu kunnen de gekende waarden ingevuld worden met de juiste eenheden:  $P$  in seconden,  $K_1$  in m/s,  $M_1$  en  $M_2$  in kg en ook  $G$  in SI eenheden. Zo krijgen we dat

$$\begin{aligned} \sin^3 i &= \frac{78,9 \cdot 86400 \times 52800^3 (9,3 + 77)^2}{2\pi \times 6,67 \cdot 10^{-11} 77^3 \times 2 \cdot 10^{30}} \\ &= 0,0195 \end{aligned}$$

zodat

$$\sin i = 0,269$$

om uiteindelijk een inclinatie van

$$i = 15,6^\circ$$

te bekomen.

Vraag 2.

De massa van  $70 M_\odot$  van het zwarte gat steunt in grote mate op twee metingen van Liu et al.: namelijk de massa  $M_1$  van de primaire ster en de variatie  $K_2$  in de emissielijn.

- a) Onderzoek volgend op dat van Liu et al. vindt echter andere parameters voor de primaire ster, en die kunnen een belangrijk verschil maken. De effectieve temperatuur is nu 12700 K en de straal van de ster is  $5,4 R_{\odot}$ , wat allebei kleiner is dan in de vorige metingen. Zoek met deze nieuwe waarden de massa van de primaire ster en de secundaire component.

De wet van Stefan-Boltzmann geeft het verband tussen de lichtkracht  $L$  van een zwarte straler, en de straal  $R$  en de temperatuur  $T_{eff}$  ervan, volgens

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{eff}^4$$

waarbij  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  de constante van Stefan-Boltzmann (of eerste stralingsconstante) is.

Ten opzichte van de Zon bekomen we daarmee

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{T_{eff}}{T_{\odot}}\right)^4$$

Deze wet kan hier worden gebruikt om de nieuwe lichtkracht van de ster te vinden:

$$L = (5,4)^2 \left(\frac{12700}{5785}\right)^4 L_{\odot} = 677 L_{\odot}$$

Met de hoger vermelde massa-lichtkrachtrelatie leidt dit tot

$$M_1 = 5,73 M_{\odot}$$

Verder vinden we dan nog

$$M_2 = \frac{K_1}{K_2} M_1 = \frac{52,8}{6,4} \times 5,73 M_{\odot} \approx 47 M_{\odot}$$

- b) Verder onderzoek toont aan dat de meting  $K_2 = 6,4 \text{ km/s}$  uit de emissielijn een effect is van de primaire ster en dus geen info over de secundaire component levert. Bereken nu met een rekenmachine de minimale massa die de component moet hebben, zonder informatie over  $K_2$  te gebruiken. (Tip: maak hiervoor opnieuw gebruik van de formule voor  $K_1$  die je in luik b van vraag 1 hebt afgeleid.)

De minimummassa kan berekend worden indien een inclinatie van  $i = 90^\circ$  en dus  $\sin i = 1$  wordt aangenomen. Opnieuw voor een circulaire baan is  $e = 0$ , zodat de enige onbekende in de formule

$$\frac{PK_1^3}{2\pi G} = \frac{M_2^3 \sin^3 i}{(M_1 + M_2)^2 (1 - e^2)^{3/2}}$$

de massa  $M_2$  is.

We vinden aldus

$$M_2^3 = \frac{PK_1^3}{2\pi G} (M_1 + M_2)^2$$

Deze derdegraadsvergelijking in de onbekende  $M_2$  kunnen we herschrijven als

$$\frac{2\pi G}{PK_1^3} M_2^3 - M_2^2 - 2M_1 M_2 - M_1^2 = 0$$

Als we nu de gekende waarden invullen (bij voorkeur uitgedrukt in  $M_{\odot}$ , om geen te grote of te kleine getallen te krijgen) bekomen we

$$0,831 M_2^3 - M_2^2 - 11,46 M_2 - 32,83 = 0$$

Deze vergelijking heeft precies één reële oplossing, namelijk  $M_2 \approx 5,2 M_{\odot}$ .

- c) Afhankelijk van de massa die je hebt gevonden voor de secundaire component en het feit dat er geen duidelijke contributie van in het spectrum te zien is, bespreek enkele mogelijke opties van wat voor object het kan zijn.

Een object van meer dan  $5 M_{\odot}$  dat niet duidelijk te zien is in het spectrum kan nog steeds (al zij het van lagere massa dan origineel) een zwart gat zijn. Mogelijk is het ook een snel roterende B-ster met platte, brede spectraallijnen of een heliumster. Dit zijn allemaal objecten die massief genoeg zijn om de orbitale beweging te verklaren, maar niet per se duidelijke spectraallijnen bovenop die van de B-ster tonen.

Dit is het einde van de eerste ronde van  
de Vlaamse Sterrenkunde Olympiade 2021.